

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання лабораторних робіт з дисципліни
"ГНУЧКІ КОМП'ЮТЕРИЗОВАНІ СИСТЕМИ"
кредитного модуля
"АЛГОРИТМІЗАЦІЯ ТА ВЕРИФІКАЦІЯ УПРАВЛІННЯ В ГНУЧКИХ
КОМП'ЮТЕРИЗОВАНИХ СИСТЕМАХ"

для студентів напряму підготовки 6.0914 "Системна інженерія"
спеціальності 7.091402 "Гнучкі комп'ютеризовані системи та робототехніка"

Затверджено
на засіданні кафедри технічної кібернетики
Протокол № 9 від "22" квітня 2008р.

Київ 2008

Алгоритмізація і верифікація управління в гнучких комп'ютеризованих системах: Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт / Складено К.Б.Остапченко. - Київ: НТУУ-КПІ, 2008. - 53с.

Загальні відомості

Головне призначення циклу лабораторних робіт – закріплення знань з області технології алгоритмізації задач управління в гнучкому комп'ютеризованому виробництві на різних рівнях, а саме на рівні організаційного управління структурними підрозділами підприємства та на рівні управління технологічним обладнанням. Тому повний цикл лабораторних робіт складається з двох частин.

В першу частину цих методичних вказівок увійшли лабораторні роботи, які пов'язані з вивченням математичних методів розв'язання різних задач планування виробництва та моделювання процесів диспетчерування сформованих планів на стадії їх виконання. У другу частину увійшли лабораторні роботи, які передбачають вивчення способів організації систем чисельного програмного керування верстатами та обладнанням гнучкого комп'ютеризованого виробництва.

Виконання лабораторних робіт базується на знаннях, отриманих студентом при вивченні дисциплін "Програмування", "Проектування елементів та модулів ГКС", "Проектування ГКС", "Дослідження операцій". Крім того студент повинен мати навички роботи з ПЕОМ з використанням операційної системи Windows та середовищ розробки програмного забезпечення, щоб вміти застосовувати або розробляти учбові програми.

Виконання кожної лабораторної роботи передбачає попереднє вивчення відповідного методичного матеріалу, засвоєння мети та порядку роботи, опрацювання теоретичного матеріалу та підготовку необхідних за змістом роботи даних до розробляємої учбової програми. Студент допускається до виконання роботи, якщо виконані ці попередні умови та підготовлені вихідні дані до учбової програми лабораторної роботи. Після завершення виконання роботи студент складає звіт (протокол) з лабораторної роботи. Звіт готується на аркушах формату А4, який має містити наступну інформацію:

- мету роботи,
- зміст роботи (завдання),
- вихідні дані до учбової програми (математична модель або алгоритм виконання завдання),
- отриманні результати,
- матеріали обробки результатів (графіки, розрахунки)
- висновки по роботі.

Частина 1. Математичні методи розв'язання задач планування виробництва та моделювання процесів диспетчерування виконання планів

Лабораторна робота № 1

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАДАЧІ ПЛАНУВАННЯ ОБСЯГУ І НОМЕНКЛАТУРИ ВИГОТОВЛЕННЯ ПРОДУКЦІЇ

Мета роботи: Вивчення методики формування та розв'язання задачі планування обсягу виготовлення продукції у виробничих системах за допомогою машинної реалізації табличного симплекс-методу.

1. Порядок виконання роботи

1. Ознайомитись з теоретичним матеріалом.
2. Скласти математичну модель умов задачі планування обсяга згідно з варіантом завдання.
3. Підготувати текстовий файл умов задачі.
4. Розв'язати задачу, розробивши учбову програму.
5. Провести інтерпретацію отриманих результатів та виконати аналіз математичної моделі завдання на чутливість, використовуючи різні варіації значень (діапазон $[-1,1]$) параметрів обмежень на застосовані ресурси.
6. Підготувати звіт.

2. Теоретичний матеріал

При розв'язанні задач організаційного управління виробництвом, одним з головних факторів, що регламентують діяльність промислового підприємства є збільшений розрахунок виробничих потужностей і завантаження обладнання, результатом якого є виробнича програма обсягу виготовлення продукції. В умовах масового і серійного виробництва ефективним методом такого розрахунку, що забезпечує максимальне завантаження обладнання, є лінійне програмування, орієнтоване на побудову лінійних оптимізаційних моделей виробництва. Моделі, які використовуються у розрахунках є статичними, бо вони призначені для аналізу керуючих рішень, які поширюються на певний, попередньо визначений відрізок часу. Сфера застосування моделей та методів такого роду у теперішній час охоплює широкий спектр функцій організаційного управління [2].

Розглянемо типові задачі виробничого планування обсягу і номенклатури випуску продукції на двох рівнях управління підприємством: адміністративного управління (задача управління збутом продукції) і управління підрозділами (задача оптимального розподілу ресурсів).

2.1. Задача управління збутом продукції

Як приклад задачі управління збутом продукції розглянемо спрощене планування зовнішньоторгівельних операцій. Виробник має перед собою мету: виробити вітчизняний товар, який користується попитом у Західній Європі, вивезти та продати його за валюту, на зароблені кошти придбати товар у Європі, який користується попитом на Україні, перевезти та продати його оптом чи в роздріб, одержавши найбільший прибуток. При цьому він повинен виходити із наступних умов:

- 1) витрати виробника на виготовлення вітчизняних товарів прийнятної номенклатури (всього $N=6$), враховуючи ліцензію на вивіз - $C_i, i=1, N$;
- 2) ціни на вітчизняні товари при продажу оптом за валюту у Європі - $CP_i, i=1, N$;

- 3) максимально доступні розміри партій вітчизняних товарів - $P_i, i=1, N$;
- 4) фрахтові ставки при перевезенні вітчизняних товарів - $F_i, i=1, N$;
- 5) ціни на товари закордонного виробництва прийнятної номенклатури ($M=6$) при купівлі оптом за валюту у Європі - $CE_j, j=1, M$;
- 6) фрахтові ставки при перевезенні іноземних товарів - $FE_j, j=1, M$;
- 7) ціни на європейські товари при продажу за карбованці в роздріб - $S_j, j=1, M$;
- 8) коефіцієнт перерахунку оптової ціни в роздрібну при продажу - K ;
- 9) ставка податків на продаж - NP ;
- 10) валютний курс карбованця - CSE ;
- 11) коефіцієнти загальних втрат при роботі з вітчизняними товарами - $Di, i=1, N$;
- 12) коефіцієнти загальних втрат при роботі з іноземними товарами при продажу їх оптом - $Mj1$ та в роздріб - $Mj2, j=1, M$;
- 13) максимальні розміри партій іноземних товарів, які можна реалізувати у рамках зазначених втрат - $V_j, j=1, M$;
- 14) сума грошових коштів, які має виробник - $Q1$;
- 15) сума одержаного кредиту - $Q2$;
- 16) процентна ставка з кредиту - KR ;
- 17) обмеження на вивіз валюти з Європи - T ;
- 18) обмеження на вивіз валюти з України - TU .

Необхідно визначити обсяг виробництва вітчизняних товарів $X_i, i=1, N$ та обсяг продажу іноземних товарів оптом та в роздріб $Yj1, Yj2, j=1, M$, завдяки яким буде одержаний найбільший прибуток.

Для цього перерахуємо всі ціни в карбованцях і визначимо цільову функцію (ЦФ) як прибуток від всього комплексу умов:

$$I = \max \left\{ \left(\sum [S_j * K * Yj1, j=1, M] + \sum [S_j * Yj2, j=1, M] \right) * (1 - NP) - \right. \\ \sum [S_j * K * Mj1 * Yj1, j=1, M] + \sum [S_j * Mj2 * Yj2, j=1, M] - \\ \sum [C_i * X_i, i=1, N] + \sum [CP_i * X_i, i=1, N] - \\ \sum [F_i * X_i, i=1, N] - \sum [FE * (Yj1 + Yj2), j=1, M] - \\ \sum [CE_j * (Yj1 + Yj2), j=1, M] - \\ \left. \sum [CP_i * X_i * Di, i=1, N] - (1 + KR) * Q2 \right\}$$

Перша складова частина ЦФ визначає валовий прибуток без урахування податків на продаж (ПДВ, податок на прибуток). Друга - сума витрат при роботі з іноземними товарами (митні збори, вартість ліцензій на ввіз, вартість навантаження та розвантаження, оформлення, аналізів в лабораторії, страхування вантажів, аренда приміщень, штрафи, заробітна плата працівників, витрати на рекламу, накладні витрати, тощо). Третя - вартість партій вітчизняних товарів. Четверта - валовий прибуток від продажу вітчизняних товарів. П'ята витрати на перевезення до Європи. Шоста - витрати на перевезення до України з Європи. Сьома - вартість закупок європейських товарів. Восьма - витрати у роботі з вітчизняними товарами. Дев'ята - платіж з кредиту.

Формалізуємо наведені умови виконання усіх умов і створимо наступну систему обмежень задачі.

1. Обмежений початковий капітал:

$$\sum [C_i * X_i, i=1, N] + \sum [F_i * X_i, i=1, N] + \\ \sum [CP_i * Di * X_i, i=1, N] \leq Q1 + Q2$$

2. Обмеження на вивіз валюти з Європи:

$$- \sum [CE * (Yj1 + Yj2), j=1, M] + \sum [CP_i * X_i, i=1, N] \leq T$$

- це обмеження є більш сильне, ніж те, що враховує всі витрати;

3. Обмеження на вивіз валюти з України:

$$Q1 + Q2 - \sum [C_i * X_i, i=1, N] \leq TU$$

4. Обмежені кошти на придбання європейських товарів:

$$-\sum [C_{Pi} * X_i, i=1, N] + \sum [C_{Ej} * Y_{j1}, j=1, M] + \sum [C_{Ej} * Y_{j2}, j=1, M] \leq 0$$

5. Максимальний обсяг партій вітчизняних товарів:

$$X_i \leq P_i, i=1, N$$

6. Максимальний обсяг партій іноземних товарів:

$$Y_{j1} + Y_{j2} \leq B_j, j=1, M.$$

Таким чином, математичний запис цієї задачі з 18 змінними при 16 обмеженнях має наступний вигляд:

$$I = \max \left\{ \begin{aligned} &\sum [(S_j * K * (1 - NP) - S_j * K * M_{j1} - FE_j - CE_j) * Y_{j1}, j=1, M] + \\ &\sum [(S_j * (1 - NP) - S_j * K * M_{j2} - FE_j - CE_j) * Y_{j2}, j=1, M] + \\ &\sum [(C_{Pi} - C_i - F_i - C_{Pi} * D_i) * X_i, i=1, N] \end{aligned} \right\}$$

за умов

$$\begin{aligned} &\sum [(C_i + F_i + C_{Pi} * D_i) * X_i, i=1, N] \leq Q1 + Q2; \\ &-\sum [C_{Ej} * Y_{j1}, j=1, M] - \sum [C_{Ej} * Y_{j2}, j=1, M] + \\ &\sum [C_i * X_i, i=1, N] \leq T; \\ &-\sum [C_i * X_i, i=1, N] \leq TU - Q1 - Q2; \\ &-\sum [C_{Pi} * X_i, i=1, N] + \sum [C_{Ej} * Y_{j1}, j=1, M] + \\ &\sum [C_{Ej} * Y_{j2}, j=1, M] \leq 0; \\ &X_i \leq P_i, i=1, N; \\ &Y_{j1} + Y_{j2} \leq B_j, j=1, M. \end{aligned}$$

2.2. Задача розподілу ресурсів

На підприємстві, яке виготовляє неоднорідну продукцію, для формування виробничої програми необхідно визначити, якими повинні бути рівні виробництва кожного продукту за встановлений час планового періоду. Ці рівні обмежені наступними технологічними умовами:

- 1) виробництво продуктів проходить на базі 4 різних типів технологічних процесів;
- 2) технологічні процеси 1-го та 2-го типів орієнтовані на одержання продукції А, а процеси 3-го та 4-го типів на одержання продукції В;
- 3) витрати (ресурси системи), які пов'язані з кожним із технологічних процесів, визначаються трудовитратами (виміряними в людино -тижнях), а також кількістю матеріалу Y і матеріалу Z (в одиницях ваги) які споживаються за тиждень.

У рамках цих обмежень критерієм оцінки ефективності організаційного управління виробництвом є отримання максимального прибутку (або мінімальних витрат).

Використовуючи виробничо-економічні показники і всі встановлені обмеження, кількісний вираз яких поданий у таблиці 2.1, формується наступна лінійна модель виробництва:

$$\max \{4 * X1 + 5 * X2 + 9 * X3 + 11 * X4\} \quad (2.1)$$

при обмеженнях

$$\begin{aligned} 1 * X1 + 1 * X2 + 1 * X3 + 1 * X4 &\leq 15 \\ 7 * X1 + 5 * X2 + 3 * X3 + 2 * X4 &\leq 120 \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} 2 * X1 + 5 * X2 + 10 * X3 + 15 * X4 &\leq 100 \\ X_i &\geq 0, i=1,4 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Таким чином зміст цієї задачі організаційного управління полягає в тому, щоб знайти значення всіх невідомих X_i , які б задовольняли співвідношенням (2.2), (2.3), та максимізували прибуток (2.1).

Виробничо-економічні показники задачі розподілу ресурсів

Таблиця 2.1

Показник	На одиницю продукції А		На одиницю продукції В		Всього
	процес 1	процес 2	процес 3	процес 4	
Кількість людино-тижнів	1	1	1	1	14
Кількість матеріалу Y (кг)	7	5	3	2	12
Кількість матеріалу Z (кг)	2	5	10	15	10
Прибуток з од. продукції	4	5	9	11	
Обсяг продукції	X1	X2	X3	X4	

Іншим варіантом задачі розподілу ресурсів є розрахунок завантаження обладнання, який виконується за такими початковими даними:

- 1) B_i - пропускна здатність i -ої групи обладнання ($i=1,m$);
- 2) A_{ij} - працемісткість j -го виробу ($j=1,n$) виготовленого на обладнанні i -ої групи;
- 3) S_j - собівартість виробів;
- 4) C_j - вартість виробів;
- 5) X_j - шукана програма випуску;
- 6) обмеження з пропускній здатності обладнання:

$$\sum [A_{ij} * X_j, j=1,n] \leq B_i, i=1,m \quad (2.4)$$

В залежності від економічних вимог використовуються різні критерії оцінки шуканої програми випуску при задоволенні обмеження типу (2.4):

- 1) найменший сумарний розмір простоїв $\min\{\sum [T_i, i=1,m]\}$,
де $T_i = B_i - \sum [A_{ij} * X_j, j=1,n]$;
- 2) максимізація випуску в вартісному виразі $\max\{\sum [C_j * X_j, j=1,n]\}$;
- 3) максимізація прибутку $\max\{\sum [(C_j - S_j) * X_j, j=1,n]\}$.

2.3. Симплекс-метод розв'язання задачі лінійного програмування

Розглянуті задачі відносяться до єдиного математичного класу задач - лінійного програмування (ЛП).

Симплекс-метод є найбільш поширеним та універсальним обчислювальним методом, який використовується для розв'язання будь-яких задач ЛП за допомогою ЕОМ.

Ідея методу полягає у послідовному проходженні по базисним рішенням опорних планів задачі, доки не буде одержано оптимальне рішення (інакше кажучи у послідовному покращенні планів задачі за визначеним критерієм).

Розглянемо процес підготовки вихідних даних і алгоритму розв'язання задачі ЛП табличним симплекс-методом.

Математична модель задачі ЛП має одну із наступних лінійних форм [1]:

$$\max\{\sum [C_j * X_j, j=1,n]\} \quad (2.5)$$

за умов

$$\sum [A_{ij} * X_j, j=1,n] \leq B_i, i=1,m \quad (2.6)$$

$$X_j \geq 0, j=1,n \quad (2.7)$$

або

$$\min\{\sum [C_j * X_j, j=1,n]\} \quad (2.8)$$

за умов

$$\sum [A_{ij} * X_j, j=1,n] \geq B_i, i=1,m \quad (2.9)$$

$$X_j \geq 0, j=1,n. \quad (2.10)$$

Перед розв'язання задачі необхідно попередньо виконати такі процедури:

1) привести математичну модель до канонічного вигляду, тобто обмеження (2.6), (2.9) перетворити на рівняння за допомогою додаткових змінних;

2) визначити початкове прийнятне (невід'ємне) базисне рішення задачі (в разі обмежень (2.9) ввести штучні змінні);

3) ввести в початкову симплекс-таблицю такі параметри, які відповідають початковому базисному рішенням:

- вагові коефіцієнти при змінних X_j в ЦФ (рядок C_j);
- змінні X_j , які входять до наявного базису;
- значення базисних змінних - $X_i = B_i = A_{i0}$ (стовпчик A_0);
- елементи $A_{ij}, i=1,m, j=1,n$ матриці умов задачі $A[m*n]$ (стовбці A_1, A_2, \dots, A_n);
- оцінки $D_j, j=1,n$, відповідні стовбцям A_1, A_2, \dots, A_n і визначені за формулою

$$D_j = \sum [C_i * A_{ij}, i=1,m] - C_j, j=1,n \quad (2.11)$$

$$D_j = \sum_{i=1}^m (C_i * A_i) - C_j$$

Далі використовуючі алгоритм симплекс-методу знаходять оптимальне рішення плану - базисне рішення X_i .

Алгоритм симплекс-методу (для форми 2.5)

1. Заповнити початкову симплекс-таблицю.
2. Якщо $D_j \geq 0$ для всіх $j=1,n$ тоді отриманий план оптимальний.
3. Якщо є $D_j < 0$ і в стовпчики A_j всі елементи $A_{ij} \leq 0$, то ЦФ не обмежена зверху умовами задачі і знайти оптимальний план неможливо.
4. Якщо у стовбцях A_j , відповідних від'ємним оцінкам D_j , існує хоча б один $A_{ij} > 0$, то можливий перехід до нового, кращого плану.
5. Стовпчик A_k , який необхідно ввести до базису для покращення плану, визначається за найменшим $D_j < 0$. Стовпчик в якому міститься ця оцінка називається направляючим.
6. Стовпчик A_r , який необхідно вивести з базису, визначається за відношенням - $r: \min[A_{i0}/A_{ik}, i=1,m] = A_{r0}/A_{rk}$, ($A_{ik} \neq 0$). Рядок r називається направляючим, а елемент A_{rk} , який стоїть на перехресті направляючого рядка і стовпчика, називається направляючим.
7. Заповнюється нова симплекс-таблиця, яка відповідатиме новому базисному рішенням:

$$A_{ij(l+1)} = A_{ij(l)} - A_{rj(l)} * (A_{ik(l)} / A_{rk}) \text{ при } i \neq r \quad (2.12)$$

$A_{ij(l+1)} = A_{rj(l)} / A_{rk(l)}$ при $i=r$ де $i=1,m+1; j=0,n; l$ -номер ітерації. Значення D_j визначається одним з двох способів:

- а) як кожний елемент таблиці по виразу (2.12);
- б) за формулою (2.11).

Процес обчислень завершується, якщо знайдено оптимальне рішення або коли функція буде не обмежена.

Особливості застосування методу

1. Якщо за початковий базис беруть базис із вільних змінних, для яких $C_i=0$, то оцінки для всіх небазисних змінних дорівнюють $D_j=A_{0j}=-C_j$, а відповідні значення $A_{00}=\sum [C_i * X_i, i=1,m]=0$.

2. При розв'язанні задачі \min в базис вводиться стовпчик з найбільшою додатньою оцінкою.

3. Відсутність стовбців з $D_j < 0$ (при розв'язанні задачі max) або з $D_j > 0$ (при розв'язанні задачі min) є ознакою оптимальності відповідного базисного рішення.

4. Якщо є хоча б одна від'ємна (задача max) або додатня (задача min) оцінка для небазисного вектора, а його стовбець містить лише від'ємні елементи, то в області прийнятних рішень ЦФ не обмежена.

2.4. Аналіз лінійних моделей на чутливість

Визначення оптимальних значень виробничої програми не завжди є достатньою умовою для формування виробником правильного керуючого рішення при організації виробництва. В більшості випадків ставиться задача дослідження впливу на значення одержуваного прибутку (або витрат) збільшення кожного з ресурсів які використовуються, вдосконалення того чи іншого технологічного процесу, зміни вартості споживаної сировини, що впливає на прибутковість виробничо-технологічних процесів. Це означає, що необхідно знати в якому інтервалі можна змінювати вхідні параметри моделі без істотного відхилення від знайденого оптимуму і без порушення структури базису, формуючого оптимальне рішення. Дослідження, що проводяться в рамках такої задачі, називаються аналізом моделі на чутливість.

Нехай в задачі ЛП $B=[B_i]$ - рівні обмеження ресурсів, а $dB=[dB_i]$ - прийнятні варіації цих ресурсів. Дослідимо їх вплив на зміну оптимального значення ЦФ $L(X_{opt}(B))=L(B)$. Якщо прийняти що $B=B+dB$, то нове оптимальне значення ЦФ буде $L(B+dB)$. Обчисливши приріст $dL(B+dB)=L(B+dB)-L(B)$, знайдемо границю співвідношення:

$$\lim_{dB_i} \frac{dL(B+dB_i)}{dB_i} = \frac{dL(B)}{dB_i} \quad - \text{часткова похідна ЦФ по змінній } B_i.$$

За теоремою подвійності [1] одержимо, що $L(X_{opt}) = C * X_{opt} = L_{пдв}(Y_{opt}) = B * Y_{opt}$, де Y_{opt} - оптимальне рішення, а $L_{пдв}$ - ЦФ задачі подвійності. Звідси $dL(B)/dB_i=Y_{iopt}$, що визначає максимальне значення приросту ЦФ прямої задачі при зміні i -го ресурсу на 1 одиницю, а саме чим більше Y_{iopt} , тим більша чутливість ЦФ прямої задачі до зміни вільних членів B_i в оптимальному рішенні X_{opt} . Якщо $Y_{iopt}=0$, то це означає, що відповідний ресурс не є суттєвим для моделі, тому що він знаходиться у надлишку $B_i - \sum [A_{ij} * X_{jopt}, j=1, n]$, тобто $\sum [A_{ij} * X_{jopt}, j=1, n] < B_i$.

Таким чином при проведенні аналізу моделі на чутливість можливе встановлення таких результатів:

1) якщо оптимальне рішення задачі подвійності $Y_{iopt}=0$, то відповідний ресурс прямої задачі B_i використовується частково і його значення може бути зменшено до величини $\sum [A_{ij} * X_{jopt}, j=1, n]$;

2) якщо оптимальне рішення задачі подвійності $Y_{iopt} \neq 0$, то при зміні відповідного ресурса B_i на 1 одиницю ЦФ прямої задачі одержить приріст на величину Y_{iopt} .

3. Вимоги до учбової програми

Учбова програма повинна бути призначена для проведення розрахунків задач ЛП за алгоритмом симплекс-метода. Середовище функціонування програми - операційна система Windows. За допомогою цієї програми виконати оптимізація лінійних форм (2.5) або (2.8), які попередньо повинні бути зведені до канонічного вигляду з прийнятним базисним рішенням.

Вхідні дані формуються в вигляді текстового файлу або за допомогою діалогу, де записуються такі значення:

- 1) Ознака максимізації або мінімізації.
 - 2) Загальна кількість змінних задачі (N), яка включає інформаційні (з початкової лінійної форми), додаткові-структурні (для приведення лінійної форми до канонічного виду) та штучні змінні (для формування початкового прийнятного базису).
 - 3) кількість обмежень задачі (M).
 - 4) кількість інформаційних змінних задачі (IN).
 - 5) значення коефіцієнтів цільової функції C_i , $i=1, N$.
 - 6) M наборів, які описують обмеження, де першим стоїть значення ресурса B_j , а далі N коефіцієнтів A_{ij} при змінних в обмеженнях.
 - 7) M номерів змінних початкового прийнятного базису.
- Коефіцієнти C_i штучних змінних слід вибирати на декілька порядків більшими, ніж найбільше за модулем значення, використане у вхідній таблиці.
- Учбова програма повинна працювати в одному з двох режимів - діалоговому або командному. В діалоговому усі розрахунки подаються на екран, а в командному - у вихідний файл результатів, який вказується програмі у командному рядку, наприклад
- LP ім'я_файлу_даних > ім'я_файлу_результатів.
- Вихідні результати повинні бути представлені в такій формі:
- 1) Значення ЦФ.
 - 2) Значення змінних оптимального плану для прямої задачі. Не виводяться змінні, значення яких в оптимальному плані дорівнюють нулю.
 - 3) Значення змінних оптимального плану для задачі подвійності.

3.3. Приклад підготовки даних та інтерпретації результатів

Вхідні дані для задачі п.2.2 наведені в форматі файла даних учбової програми:

```

1
7
3
4
4 5 9 11 0 0 0
15
1 1 1 1 1 0 0
120
7 5 3 2 0 1 0
100
2 5 10 15 0 0 1
5 6 7

```

Одержаний результат має вигляд:

```

103.75 - значення ЦФ
X1 6.25 - інформаційні змінні задачі
X3 8.75
Y1 2.75 - змінні подвійної задачі
Y2 0.00
Y3 0.625

```

Обробка та інтерпретація одержаних результатів:

Показник	Продукція				Всього
	А процес 1	А процес 2	В процес 3	В процес 4	
Обсяг продукції	6.25	0	8.75	0	
Трудовитрати					

- на одиницю продукції	1	1	1	1	15
- на партію	6.25	0	8.75	0	15
Витрати матеріалу Y					
-на одиницю продукції	7	5	3	2	120
-на партію	43.75	0	26.25	0	70
Витрати матеріалу Z					
- на одиницю продукції	2	5	10	15	100
- на партію	12.5	0	87.5	0	100
Прибуток					
- на одиницю продукції	4	5	9	11	
- на партію	25	0	78.75	0	103.75

Отже, виробництво продукції на базі процесів 1 та 3 дасть можливість одержати прибуток у розмірі 103.75 крб. Крім того, витрати матеріалу Y будуть не повними (подвійна змінна $Y_2=0$), що дозволяє зменшити його ресурс з 120 до 70. Якщо змінити значення ресурсу матеріала Z на одиницю, то ЦФ задачі отримає приріст на значення подвійної змінної $Y_3=0.625$.

4. Тексти завдань

Завдання 1

Виробниче об'єднання виробляє і відвантажує своїм споживачам два види продукції : пиломатеріали і фанеру. Згідно умовам поставок в запланований період необхідно виробити не менше як P1 куб.м пиломатеріалів і P2 кв.м фанери. Прибуток з 1 куб.м пиломатеріалів становить C1 крб., а з 100 кв.м фанери - C2 крб. Щоб отримати 1 куб.м пиломатеріалів, необхідно витратити A1 куб.м ялини та A2 куб.м ялиці, а щоб виготовити 100 кв.м фанери - A3 куб.м ялини та A4 куб. м ялиці. На складі об'єднання знаходиться B1 куб.м ялини і B2 куб.м ялиці. Визначити обсяг поставок продукції споживачам, при яких об'єднання матиме максимальний прибуток.

Параметр завдання	Варіант			
	1	2	3	4
P1	10	25	10	15
P2	120	120	120	10
C1	16	17	6	40
C2	60	600	70	1000
A1	1	2	2	10
A2	3	1	3	14
A3	5	100	10	2
A4	10	500	90	3
B1	90	700	60	200
B2	180	1500	120	270

Завдання 2

Сталеливарний завод виконує замовлення на виробництво ливарних виробів, для виготовлення яких необхідна чиста сталь і металобрухт. Виробничі витрати заводу із розрахунку на 1 кг чистої сталі складають C1 крб., а на 1 кг металобрухту - C2 крб. Замовлення передбачає постачання не менше Z т ливарних виробів. Запаси сталі на складі обмежені і не перевищують P1 т, а запаси металобрухту - P2 т. Технологічні умови виготовлення ливарних виробів мають бути такими: співвідношення ваги металобрухту до ваги чистої сталі в процесі одержання ливарних виробів не повинно перевищувати $A_2:A_1$; час ливарного процесу не повинен перевищувати T годин; на 1 т сталі йде B1 години, а на 1

т металообробку - В2 години виробничого часу. Визначити обсяг використання сталі та металообробку, таким чином щоб виробничі витрати на виготовлення ливарних виробів були мінімальні.

Параметр завдання	Варіант			
	1	2	3	4
C1	3	5	2	4
C2	5	3	5	8
Z	5	5	6	6
P1	4	6	5	5
P2	6	4	6	6
A1	8	8	2	1
A2	7	12	4	5
T	18	12	14	12
B1	3	3	2	3
B2	2	2	1	1

Завдання 3

Радіозавод випускає радіоприймачі 3 різних моделей, кожна з яких дає прибуток у розмірі ($C_i | i=1,3$). Завод повинен виготовити за тиждень не менш як ($P_i | i=1,3$) моделей. Кожна модель із розрахунку на 10 приймачів має такі часові характеристики: A_{1i} години на виготовлення деталей, A_{2i} години на складання, A_{3i} година на пакування; $i=1,3$. За плановий тиждень завод може витратити на виробництво деталей до В1 годин, на складання до В2 годин і на пакування до В3 годин. Визначити обсяги випуску моделей, які б принесли максимальний прибуток.

Параметр завдання	Варіант			
	1	2	3	4
C1	8	5	2	7
C2	15	8	3	11
C3	25	8.5	5	15
P1	100	20	100	50
P2	150	10	60	60
P3	75	15	90	90
A11	3	2	2	6
A21	4	4	3	2
A31	1	1	1	2
A12	3.5	5	5	3
A22	5	5	3	3
A32	1.5	2	2	5
A13	5	3	3	9
A23	8	8	6	5
A33	3	3	3	6
B1	150	250	100	450
B2	200	200	150	100
B3	58	65	65	100

Завдання 4

Нафтопереробний комбінат з двох сортів нафти виробляє дві марки бензину, використовуючи для цього два технологічних процеси. Технологічні умови застосування цих процесів ($i=1,2$) мають бути такими: з A_{i1} одиниць об'єму сирової нафти1 і A_{i2} одиниць об'єму сирової нафти2 виходить B_{i1} одиниць об'єму бензину1 і B_{i2} одиниць об'єму бензину2.

Максимальна кількість запасів сирої нафти, яку на комбінаті можуть зберігати, становить $Z1$ і $Z2$ одиниць об'єму відповідно. За умовами поставок потрібно виробити не менше $P1$ одиниць об'єму бензину $_1$ і $P2$ одиниць об'єму бензину $_2$. Прибуток з одиниці об'єму продукції, одержаної за допомогою технологічних процесів, складають $C1$ і $C2$ у.о. відповідно. Визначте оптимальні обсяги вироблюваного бензину, реалізація яких дасть максимальний прибуток.

Параметр завдання	Варіант			
	1	2	3	4
A11	1	1	3	1
A12	3	2	2	3
B11	5	1	2	3
B12	2	4	4	1
A21	4	1	4	5
A22	2	3	7	4
B21	3	4	4	2
B22	8	6	8	4
Z1	100	100	150	150
Z2	150	150	190	100
P1	200	100	130	90
P2	75	75	110	145
C1	30	50	25	35
C2	55	30	25	45

Завдання 5

Промислове підприємство випускає 3 різних продукти, кожний з яких одержується шляхом переробки деякого матеріалу. Придбання матеріалу проводиться у двох постачальників. При цьому обсяг i -го продукту, який можна отримати з 1 тони матеріалу j -го постачальника становить A_{ij} тон, а прибуток від реалізації всієї продукції, виготовленої з 1 тони матеріалу j -го постачальника складає C_j у.о. Яку кількість матеріалу слід придбати у постачальників, щоб виробництво продукції не перевищувало ($B_i, i=1,3$) тон, а загальний прибуток від реалізації був найбільший.

Параметр завдання	Варіант			
	1	2	3	4
A11	0.2	0.1	0.2	0.3
A21	0.2	0.4	0.3	0.5
A31	0.3	0.2	0.2	0.1
A12	0.3	0.3	0.5	0.4
A22	0.1	0.1	0.2	0.2
A32	0.3	0.2	0.3	0.1
C1	5	6	3	7
C2	6	5	7	5
B1	17	17	14	10
B2	11	11	15	12
B3	24	13	10	16

Завдання 6

Ремонтна ланка з 4-х чоловік виконує замовлення на підготовку 3-х одиниць основного обладнання до випуску продукції. Оплата праці j -го робітника за тарифом ремонту i -го обладнання складає A_{ij} у.о./год, а загальні витрати на ремонт i -го обладнання - B_i у.о. Визначте загальний час роботи кожного робітника, за який ланка отримає загальний

максимальний прибуток, якщо "прибутковість" використання робітників дорівнює ($C_{jj}=1,4$) у.о./год.

Параметр завдання	Варіант			
	1	2	3	4
A11	1	5	2	2
A12	1	5	2	3
A13	1	5	2	1
A14	1	5	2	4
A21	4	1	10	2
A22	5	2	5	5
A23	3	6	7	2
A24	2	3	8	7
A31	3	3	4	4
A32	5	4	6	7
A33	10	2	3	5
A34	15	1	1	10
B1	25	320	80	70
B2	100	220	280	120
B3	120	150	220	210
C1	4	11	7	2
C2	5	13.5	5	2
C3	4	10	3	3
C4	3	7	2	6

Завдання 7

Будівельний комбінат випускає j -видів напівфабрикатів, кожний з яких складається з i -типів компонент. Процес виробництва напівфабрикатів регламентується нормою витрат компонентів на 1 кг напівфабрикату - A_{ij} . Максимальна кількість компонент, які є у розпорядженні фабрики становить M_i кг, а дохід, одержуваний з 1кг напівфабрикату j -го виду складає P_j . Необхідно виробити не менш D_j кг напівфабрикатів кожного виду. Потрібно визначити оптимальний план випуску, що забезпечить максимальний сукупний дохід комбінату. (Самостійно визначити чисельні значення параметрів завдання).

Завдання 8

Машинобудівне підприємство виробляє дрібні деталі для промислових виробів і продає їх через своїх посередників за фіксованою ціною B у.о. за штуку. Обсяг місячних поставок деталей посередникам складає P_i штук. Виробничі потужності підприємства, що складає з j -цехів, характеризуються величиною припустимого обсягу виробництва - D_j штук на місяць, собівартістю виготовлення однієї деталі - C_j у.о. і транспортними витратами кожного цеху при доставці однієї деталі посередникам - R_{ij} у.о. Визначити оптимальний обсяг випуску продукції в кожному цеху, що забезпечує максимальний прибуток підприємства. (Самостійно визначити чисельні значення параметрів завдання).

Завдання 9

Транспортна авіакомпанія здійснює обслуговування i -пунктів літаком j -типів. Вантажопідйомність літака кожного типу встановлена в межах P_j тонн, потреба кожного пункту не менш D_i тонн, а в розпорядженні авіакомпанії знаходиться N_j літаків кожного типу. Витрати, пов'язані з перелітом літаків за маршрутом «центральный аеродром-пункт призначення» визначені в розмірі A_{ij} у.о. за переліт. Необхідно знайти оптимальний план перевезення вантажів літаками з мінімальними витратами, причому переліт

недозавантаженого літака сплачується як за повний. (Самостійно визначити чисельні значення параметрів завдання).

Завдання 10

Сталеливарне об'єднання має у своєму складі g -горнозбагачувальних комбінатів, кожний з яких переробляє залізну руду, одержуючи при цьому s -сортів литого заліза. Литє залізо поставляється на f -металообробних заводів, кожний з яких робить p -видів кінцевої продукції. Об'єднанню необхідно розробити поточний план виробництва, який би мінімізував тоннаж залізної руди, що підлягає переробці на комбінатах, з обліком наступних виробничо-технологічних умов і обмежень на рівень збуту:

1) As_r – вага лиття s -го сорту, одержуваного з 1 тонни залізної руди на горнозбагачувальному комбінаті g ;

2) Bs_{pf} – обсяг продукції p -го виду, одержуваного з 1 тонни лиття s -го сорту на металообробному заводі f ;

3) C_r – максимальна кількість (тонн) залізної руди, що може бути перероблене на горнозбагачувальному комбінаті g ;

4) K_f – максимальна кількість лиття всіх сортів, що може бути перероблене в процесі одержання усіх видів продукції на металообробному заводі f ;

5) сумарний тоннаж залізної руди, що переробляється, повинний бути дорівнює тоннажу, що витрачається для одержання лиття в обсязі, передбаченому для постачання на металообробні заводи;

6) сумарний тоннаж залізної руди, що переробляється на кожному комбінаті, обмежений виробничими потужностями даного комбінату;

7) сумарний тоннаж лиття, що витрачається заводом для одержання готової продукції, повинний відповідати кількості поставленого лиття;

8) сумарний тоннаж лиття, що переробляється на кожному заводі, обмежений виробничими потужностями даного заводу;

9) сумарний обсяг кожного виду продукції повинний відповідати попиту.

(Самостійно визначити чисельні значення параметрів завдання).

Завдання 11

Сільськогосподарське підприємство здійснює вирощування n сільськогосподарських культур на m полів (угідь). На кожному з угідь може бути засіяна одна чи декілька культур. Установлено врожайність культури j на полі i – a_{ij} центнерів з гектара, площа поля i – d_i гектарів, заданий план виробництва кожної культури – b_j центнерів, а також закупівельні ціни сільськогосподарських культур – c_j карбованців за центнер. Потрібно визначити план засівби посівних площ з метою максимізації доходу від продажу продукції.

(Самостійно визначити чисельні значення параметрів завдання).

Література

1. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій.-Київ : Вища школа, 1988.
2. Основи автоматизації управління виробництвом /Під ред. І.М. Макарова.- М. : Высшая школа, 1983

Лабораторна робота № 2

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАДАЧІ КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНУВАННЯ ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ

Мета роботи: ознайомити студентів з методикою розв'язання задачі календарного планування за допомогою машинної реалізації методу гілок та границь лінійного цілочисельного програмування (ЛЦП).

1. Порядок виконання роботи

1. Ознайомитись з теоретичним матеріалом.
2. Скласти математичну модель задачі календарного планування згідно із варіантом завдання та перетворити її в умови задачі ЛЦП.
3. Підготувати текстовий файл умов задачі.
4. Розв'язати задачу, розробивши учбову програму.
5. Дати інтерпретацію одержаних результатів, застосувавши дані про чутливість сформованої моделі, і дослідити вплив заданих параметрів умов задачі згідно з варіантом завдання.
6. Підготувати звіт.

2. Теоретичний матеріал

Організація оперативного управління підприємством неможлива без деталізації виробничої програми випуску продукції за часовими інтервалами в межах встановленого планового періоду. Реалізація цієї функції здійснюється задачею календарного планування, результатом вирішення якої є часове упорядкування комплексу запланованих робіт програми. Часове упорядкування виражається у визначенні строків початку та завершення виконання робіт, тобто календарний план визначає скільки продукції необхідно виготовити у кожному інтервалі встановленого періоду. У ГВС оперативний плановий період, як правило, не перевищує місячного терміну, а строками запуску-випуску є такі часові інтервали: декади, тижні або дні.

Математичною формою уявлення задач даного класу є лінійна дискретна оптимізаційна модель, а методологією розв'язання - цілочисельне програмування.

2.1. Постановка задачі календарного планування

Номенклатурний список продукції, що виробляється за плановий період, складається з n найменувань ($i=1, n$). Плановий період включає T часових інтервалів ($k=1, T$). У виробництві використовується m видів ресурсів ($j=1, m$). Ресурсами можуть бути групи обладнання, матеріальні ресурси, групи спеціалістів та інше. Ресурси, які надходять у виробництво, вважаються заданими і характеризуються:

1) технологічними умовами - нормативними витратами на виготовлення продукції $A=[A_{ij}]$, де A_{ij} - обсяг j -го ресурсу, необхідного для виготовлення деталей i -го найменування (нормативна трудомісткість виготовлення i -ої деталі на j -му обладнанні; нормативні витрати j -го виду матеріалів на виготовлення i -ої деталі);

2) організаційними умовами - нормативними запасами ресурсів у k -му інтервалі $B_k=[b_{kj}]$, де b_{kj} - обсяг j -го ресурсу у k -му інтервалі (нормативний фонд часу роботи j -го обладнання у k -му інтервалі; надходження j -го виду матеріалів у k -му інтервалі).

Перед підрозділами ставиться завдання виконання виробничої програми за обсягом випуску продукції $P=(P_i | i=1, n)$ за плановий період так, щоб своєчасно постачати деталі відповідно з зовнішніми потребами $F_k=(F_{ki} | i=1, n)$ (наприклад, потребами

складального виробництва або умовами постачання продукції), де P_i - плановий обсяг випуску деталей i -го найменування; F_{ki} - потреби деталей i -го найменування у k -му інтервалі.

Формалізуємо наведену постановку за допомогою лінійної оптимізаційної моделі.

Стан виробництва у k -му інтервалі будемо задавати вектором $X_k = (X_{ki}|i=1,n)$, компонента якого X_{ki} - випуск деталей i -го найменування у k -му інтервалі. Тоді обсяг використаного j -го ресурсу у k -му інтервалі не повинен перевищувати встановленого значення норми, тобто

$$\sum (A_{ij} * X_{ki}), i=1,n \leq B_{kj}, j=1,m, k=1,T \quad (2.1)$$

Якщо ресурси, які використовуються у виробництві, мають здатність накопичування та переносу у наступні часові інтервали, тоді обмеження на використання надаваних ресурсів перетворяться таким чином

$$\sum [\sum [(A_{ij} * X_{li}), i=1,n], l=1,k] \leq \sum [B_{lj}, l=1,k], j=1,m, k=1,T \quad (2.2)$$

тобто обсяг j -го ресурсу, використаного за k інтервалів, не повинен перевищувати обсягу, який надійшов до k -го інтервалу.

Таким чином, обмеження (2.1), яке не враховує використання ресурсів у попередні інтервали, доцільно використовувати у випадку часового обліку ресурсів (фонд часу обладнання), а обмеження (2.2) - при кількісному обліку ресурсів (витрати матеріалів).

Але якщо не встановлені організаційні умови витрат ресурсів за час планового періоду, то обмеження на їх використання повинно уявлятися таким чином:

$$\begin{aligned} \sum [\sum [(A_{ij} * X_{ki}), i=1,n], k=1,T] &\leq \sum [B_{kj}, k=1,T], j=1,m \\ \text{або} \\ \sum [(A_{ij} * \sum [X_{ki}, k=1,T]), i=1,n] &\leq B_j, j=1,m, \end{aligned} \quad (2.3)$$

де $B_j = \sum [B_{kj}, k=1,T]$.

Кінцевий випуск продукції за умовами задачі повинен дорівнювати плану виробництва, тобто

$$\sum [X_{ki}, k=1,T] = P_i, i=1,n \quad (2.4)$$

Якщо врахувати, що виготовлена продукція безпосередньо даною виробничою одиницею не використовується, то $X_i = (X_{ki}|k=1,T)$ невід'ємна послідовність, тобто

$$X_{ki} \geq 0, k=1,T, i=1,n \quad (2.5)$$

Календарний план випуску продукції ($X_k|k=1,T$), який задовольняє наведеним обмеженням, називають прийнятним. В реальних виробничих умовах існує кінцева, але достатньо велика множина прийнятних планів випуску, серед яких необхідно вибрати найкращий з точки зору максимального задоволення потреби ($F_k|k=1,T$). Тому як критерій задачі слід розглядати цільову функцію (ЦФ) мінімізації сумарного по інтервалах та деталях відхилення випуску від потреби:

$$\min(\sum [\sum [(F_{ki} - X_{ki}), i=1,n], k=1,T]) \quad (2.6)$$

Якщо перевиробництво неприпустимо (випуск не повинен перевищувати потреби), то в виразі критерію значення відхилення випуску від потреби необхідно врахувати за модулем ($|F_{ki} - X_{ki}|$).

2.2. Метод "гілок та границь" задачі лінійного цілочисельного програмування

Метод "гілок та границь" належить до групи комбінованих методів в дискретного програмування і є одним з найбільш поширених методів, які використовуються при розв'язанні задач ЛЦП.

Реалізація цього методу полягає у послідовному розгалуженні початкової множини рішень на дерево підмножин з визначенням рішень в усіх підмножинах, доки не буде знайдено шукане, яке задовольняє умові цілочисельності (дискретності).

Математична постановка задачі ЛЦП, до якої застосовують метод має такий вигляд [1]:

$$F(X)=\max\{\sum [C_j * X_j, j=1,n]\} \quad (2.7)$$

за умов

$$\sum [A_{ij} * X_j, j=1,n] \leq B_i, i=1,m \quad (2.8)$$

$$X_j \geq 0, j=1,n \quad (2.9)$$

$$X_j - \text{цілі числа} \quad (2.10)$$

Процес знаходження оптимального рішення починають з розв'язання неперервної задачі ЛП. Якщо одержаний при цьому оптимальний план X_0 не задовольняє умові (2.10), то значення ЦФ $F(X_0)$ дає верхню оцінку Q для шуканого рішення. Далі використовують багатоітераційну процедуру галуження (розбиття множини прийнятних рішень), перерахунку оцінки та перевірку умови цілочисельності.

Схема алгоритму ітераційної процедури:

Крок 1 - галуження.

Вибрати змінну X_{j_0} , значення котрої не є цілочисельним. Покласти $L=[X_{j_0}]$, де $[]$ - процедура виділення цілої частини. Сформуувати дві задачі: у першу додати обмеження $X_j \geq L+1$, а у другу $X_j \leq L$. Відібрати одну з них як поточну, а другу ввести у список задач G для подальшого створення множини рішень.

Крок 2.

Розв'язати поточну ЛП-задачу як неперервну та знайти її оптимальний план X_0 .

Крок 3.

Розрахунок оцінки $Q=F(X_0)$.

Крок 4 - перевірка оптимальності.

Якщо X_0 - цілочисельне та $Q=\max\{Q(G)\}$, то X_0 - оптимальне рішення. В іншому випадку відбираємо з G задачу з нецілочисельним рішенням, у якої оцінка є $\max\{Q(G)\}$, та переходимо до початку наступної ітерації.

Перед розв'язання задачі необхідно попередньо виконати такі процедури:

1) привести математичну модель до канонічного виду у формі задачі на максимум, тобто обмеження (2.8) перетворити на рівняння за допомогою додаткових (структурних) змінних, а форму ЦФ подати як (2.7);

2) визначити початковий прийнятний (невід'ємний) базисний розв'язок задачі і в разі необхідності ввести штучні змінні;

Особливості застосування методу

1. Метод можливо застосовувати як для повністю, так і для частково цілочисельних задач.

2. Нові обмеження виду $X_j \geq [X_{j_0}] + 1$ чи $X_j \leq [X_{j_0}]$, які вводяться на кожній ітерації, виступають у виді відсічень.

3. При вводиті нового обмеження немає необхідності знову розв'язувати всю задачу (2.7)-(2.10), а можливо використовувати результати попередньої ітерації, безпосередньо вводячи в таблицю оптимального рішення нове обмеження.

4. При розв'язанні ЛП-задачі на \min використовують нижню границю - $Q(G)=\min F(X)$. В цьому випадку ознака оптимальності формулюється протилежним чином.

3. Вимоги до учбової програми

Учбова програма повинна бути призначена для проведення розрахунків задач ЛЦП за схемою алгоритму метода "гілок та границь". Середовище функціонування програми - операційна система Windows. За допомогою цієї програми виконати оптимізацію лінійної форми (2.7)-(2.10), яка попередньо приводиться до канонічного виду з прийнятним базисним рішенням.

Вхідні дані формуються в вигляді текстового файлу або за допомогою діалогу, де записуються такі значення:

1) Загальна кількість змінних задачі (N), яка включає інформаційні (з початкової лінійної форми), додаткові-структурні (для приведення лінійної форми до канонічного виду) та штучні змінні (для формування початкового прийнятного базису).

2) Кількість обмежень задачі (M).

3) Кількість інформаційних змінних задачі (IN).

4) Номер першої цілочисельної змінної ('нижня границя' зони цілочисельних змінних).

5) Номер останньої цілочисельної змінної ('верхня границя' зони цілочисельних змінних).

6) Значення коефіцієнтів цільової функції C_i , $i=1,N$.

7) M наборів, які описують обмеження, де першим стоїть значення ресурса B_j , а далі N коефіцієнтів A_{ij} при змінних в обмеженнях. Всі ці значення можуть бути не цілими.

8) M номерів цілочисельних змінних початкового прийнятного базису. Коефіцієнти C_i штучних змінних слід вибирати на декілька по рядків більшими, ніж найбільше за модулем значення, використане у вхідній таблиці.

Учбова програма повинна працювати в одному з двох режимів - діалоговому або командному. В діалоговому усі розрахунки подаються на екран, а в командному - у вихідний файл результатів, який вказується програмі у командному рядку, наприклад

DLP ім'я_файлу_даних > ім'я_файлу_результатів.

Вихідні результати повинні бути представлені в такій формі:

1) Значення ЦФ.

2) Значення змінних оптимального плану для прямої задачі. Не виводяться змінні, значення яких в оптимальному плані дорівнюють нулю.

3) Значення змінних оптимального плану для задачі подвійності.

4. Завдання

Для виробничої системи, яка викладена у відповідному варіанті завдання лабораторної роботи №1, розробити календарний план випуску продукції (проведення робіт) за умов, що плановий період складає ться з R інтервалів, виробнича програма - це цілочисельний результат задачі планування обсягу випуску продукції, всі наявні матеріальні ресурси розподіляються за інтервалами у співвідношенні W, мінімальною одиницею продукції є U, а потреба в продукції перевищує виробничу програму. Дослідити зв'язок календарних планів при варіації наступних параметрів задачі календарного планування:

1) кількість інтервалів R (при збереженні заданої пропорції W в розподілі ресурсів у плановому періоді);

2) організаційні умови використання ресурсів системи (2.1)-(2.3) (в залежності від змісту розподіляємих за інтервалами ресурсів).

Завдання	Варіант	R	W	U	Додаткові умови
1	1	3	2:1:1	1 куб. м та 1 кв. м	
1	2	3	1:1:2	-\\-	
1	3	4	1:1:1:1	-\\-	
1	4	4	1:2:1:1	-\\-	

2	1	3	1:2:2	100 кг	Ритмічність поставок та складські запаси змінюються згідно W, плановий період - Т.
2	2	3	3:3:4	-\\-	
2	3	4	4:5:6:5	-\\-	
2	4	4	6:5:5:4	-\\-	
3	1	3	2:1:2	1 шт	
3	2	3	2:3:5	-\\-	
3	3	5	1:1:1:1:1	10 шт	
3	4	5	1:2:3:3:1	-\\-	
4	1	3	3:1:1	1 об'єм	
4	2	3	1:1:3	-\\-	
4	3	4	5:3:1:1	-\\-	
4	4	4	1:3:4:2	-\\-	Плановий період з R змін по 8 годин
5	1	3	5:3:2	1 об'єм	
5	2	3	2:4:4	-\\-	
5	3	4	1:3:2:4	-\\-	
5	4	4	4:3:2:1	-\\-	
6	1	3	1:3:1	1 година	
6	2	3	2:2:1	-\\-	
6	3	4	4:4:1:1	-\\-	
6	4	4	1:2:3:4	-\\-	
7	1	3	1:2:3	1 одиниця	
8	1	3	3:1:2	-\\-	
9	1	3	2:1:3	-\\-	
10	1	3	1:3:2	-\\-	
11	1	3	2:3:1	1 центнер	

Лабораторна робота № 3

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАДАЧІ СКЛАДАННЯ РОЗКЛАДУ РОБОТИ ВИРОБНИЧОГО ОБЛАДНАННЯ ПРИ ОДНАКОВИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСАХ

Мета роботи: ознайомити студентів з методикою рішення задачі оперативного планування за допомогою машинної реалізації методів складання розкладу роботи виробничого обладнання за умов однакових технологічних процесів обробки деталей.

1. Порядок виконання роботи

1. Ознайомитись з теоретичним матеріалом.
2. Розробити учбову програму формування розкладу роботи та обчислення показників якості і ефективності згідно з варіантом завдання.
3. Розрахувати локальні резерви часу, простої обладнання та час очікування деталей перед обробкою.
4. Оцінити одержані результати за компромісним критерієм ефективності, самостійно визначивши пріоритети показників ефективності, та побудувати часові діаграми Ганта розкладу роботи.
5. Підготувати звіт.

2. Теоретичний матеріал

Організація оперативно-диспетчерського управління виробництвом ґрунтується на деталізації для виконавців раніше розрахованого календарного плану випуску продукції в межах заданого планового інтервалу. Реалізація цієї функції здійснюється задачею оперативного планування, результатом якої є не тільки часове, як в календарному плануванні, але і просторове упорядкування комплексу запланованих робіт. Просторове упорядкування виражається у визначенні кожному виконавцю плану робіт з окремих операцій. В ГВС оперативний плановий інтервал, як правило, не перевищує зміни (добі), а виконавцем є технологічне обладнання.

Математичною формою подання задач даного класу є дискретна оптимізаційна модель, а методологією рішення - дискретне лінійне програмування (ДЛП) та імітаційні методи дослідження.

2.1. Постановка задачі оперативного планування

Об'єктами процесу планування є роботи - технологічні операції, що виконуються над партіями деталей, для яких необхідно визначити розклад (порядок та час) проходження через обладнання при фіксованих технологічних маршрутах обробки. Технологічний маршрут деталі попередньо встановлює порядок виконання технологічних операцій на обладнанні, але він не визначає термінів надходження деталей. Технологічні маршрути складаються як послідовні або циклічні порядки застосування технологічних операцій та можуть бути повністю або частково однакові для усіх обробляємих деталей.

Формально задача оперативного планування подається таким чином.

Номенклатурний перелік продукції, яка виробляється на m групах ($k=1, m$) обладнання, складається з n найменувань ($j=1, n$). Виготовлення партії деталей кожного найменування заздалегідь визначено послідовністю проходження деталей через групи обладнання, яку називають технологічним маршрутом $G_j=(L_{ij}|i=1, M_j)$, де L_{ij} - технологічна операція, яка виконується i -ою за порядком виготовлення j -ої деталі; M_j - кількість операцій,

які виконуються над j -ою деталлю. У маршруті технологічні операції $L_{ij}=(Q_{ij},T_{ij})$ мають такі характеристики:

$Q_{ij} = k$ - номер групи обладнання, налагодженого на виконання операції L_{ij} ;

T_{ij} - нормативна тривалість виконання операції L_{ij} .

Необхідно скласти розклад $P=(T_{ij}^H|i=1,M_j; j=1,n)$, який визначає моменти початку виконання операцій L_{ij} (моменти запуску партії деталей на одиницях обладнання) і задоволення системі обмежень:

- умова виконання технологічної послідовності $T_{ij}^H \geq T_{i-1j}^K$;

- умова виконання технологічних маршрутів G_j ;

- умова виконання операцій без перерв $T_{ij}^K = T_{ij}^H + T_{ij}$;

- умова виконання в кожний момент часу тільки однієї операції на одиниці обладнання

$$\forall L_{i1j1}, L_{i2j2} : (Q_{i1j1} = Q_{i2j2}) \Rightarrow (T_{i1j1}^K = T_{i2j2}^K),$$

де T_{ij}^K - момент закінчення виконання операції L_{ij} .

Розклад роботи обладнання з обробки деталей може бути поданий у вигляді часових діаграм Ганта, в яких відтворені паралельні процеси виконання технологічних операцій з обробки деталей на кожній одиниці обладнання. При цьому кожна одиниця обладнання має свій власний процес виконання операцій, який подається як послідовність у часі відрізків - технологічних операцій обробки відповідних деталей, про що робиться відмітка над відрізком. Тобто, у діаграмі горизонтальна координата відтворює час, а вертикальна – номер обладнання.

Пошук найкращого розкладу виконується за критерієм ефективності, вибір якого індивідуально залежить від економічних, організаційних та технічних особливостей роботи конкретного виробничого підрозділу в умовах досягнення найбільших показників господарської діяльності. Відомо, що від структури планованого розподілу деталей по обладнанню (переналадок у просторі) та розміру партій деталей (переналадок у часі) залежать значні виробничо-господарські показники. Тому процес побудови критерію ефективності складається з визначення показника оцінювання та вибору форми виразу оцінки в залежності від економічних умов організації виробництва. Найчастіше показником оцінювання в критерії визначають час виробничого циклу, фондівіддачу обладнання, обсяг незавершеного виробництва, а формою оцінювання - сумарне, максимальне чи мінімальне значення показника або його середнього значення за плановий час.

Найбільш поширеними типами критеріїв є:

1) мінімізація виробничого циклу - часу випуску заданого обсягу продукції як сумарної тривалості обробки всіх деталей:

$$\min(\max\{T_{ij}^K\}), \quad j,i \quad (1.1)$$

$$\min(\max\{T_k^P+T_k^H\}), \quad k \quad (1.2)$$

$$\min(\max\{\sum_j(T_{ij}^{Oq}+T_{ij})\}), \quad j \quad i \quad (1.3)$$

де T_k^P - сумарний час виконання операцій на k -й одиниці обладнання,

T_k^H - сумарний час простоїв k -ої одиниці обладнання,

T_{ij}^{Oq} - очікування j -ої деталі перед обробкою на i -й операції;

2) оптимізація використання обладнання (фондовіддачі):

- максимізація завантаження обладнання, а саме

$$\text{мінімального} - \max(\min\{K_k^3\}), \quad k \quad (2.1)$$

$$\text{загального} - \max(\sum_k K_k^3), \quad k \quad (2.2)$$

де $K_k^3 = T_k^p / (T_k^p + T_k^n)$ - коефіцієнт завантаження k -ї одиниці обладнання;
 - мінімізація часу простою обладнання, а саме
 максимального - $\min(\max_k \{T_k^n\})$, (2.3)

максимального міжопераційного простою обладнання –
 $\min(\max_{j,i} \{T_{ij}^n\})$, (2.4)

загального - $\min(\sum_k T_k^n)$, (2.5)

де T_{ij}^n – простий k -ї одиниці обладнання ($k=Q_{ij}$) перед виконанням операції L_{ij} ,
 $T_k^n = \sum_{(i,j|Q_{ij}=k)} T_{ij}^n$ – сумарний простий k -ї одиниці обладнання;

- мінімізація середнього міжопераційного простою обладнання, а саме
 максимального – $\min(\max_k \{T_k^n / N_k\})$, (2.6)

загального – $\min(\sum_k T_k^n / N_k)$, (2.7)

де N_k – кількість операцій, що виконується на k -й одиниці обладнання або кількість одиниць простою у випадку, якщо обладнання виконує однакову кількість операцій;

3) мінімізація незавершеного виробництва:

- мінімізація очікування деталей перед обробкою, а саме
 максимального міжопераційного очікування - $\min(\max_{j,i} \{T_{ij}^{oc}\})$, (3.1)

максимального подетального очікування - $\min(\max_j \{ \sum_i T_{ij}^{oc} \})$, (3.2)

загального очікування - $\min(\sum_{j,i} T_{ij}^{oc})$; (3.3)

- мінімізація середнього очікування деталей перед обробкою, а саме
 максимального –
 $\min(\max_j \{ \sum_i T_{ij}^{oc} / M_j \})$, (3.4)

$\min(\max_j \{ \sum_i T_{ij}^{oc} / N_j \})$, (3.5)

загального –
 $\min(\sum_{j,i} T_{ij}^{oc} / M_j)$, (3.6)

$\min(\sum_{j,i} T_{ij}^{oc} / N_j)$, (3.7)

де N_j - кількість одиниць часу очікування j -ї деталі перед обробкою (може застосовуватися у випадку, якщо M_j однакове для всіх деталей).

Кожен з наведених типів критеріїв орієнтований на задоволення тільки власного показника ефективності виробництва. Проте, перший є деякою мірою більш загальним та багатофункціональним по відношенню до другого та третього, тому що може їх оптимізувати при різних технологічних умовах організації виробництва. Так, якщо усі деталі

обробляються за однаковим технологічним маршрутом, то використання першого критерію означає також оптимізацію використання обладнання, тобто мінімізацію простою.

Частіше в реальних виробничих умовах необхідно вирішувати задачу оперативного планування, враховуючи одночасно декілька критеріїв. Одним з засобів розв'язання багатокритеріальної задачі є створення компромісного критерію. Його створення передбачає наступне:

- для кожного локального критерію ($E_i | i=1, r$) розв'язується задача оптимізації і обчислюється її екстремальне значення E_i^* ;

- задаються вагові коефіцієнти пріоритету I_i та визначаються рівняння відхилень $V_i = E_i - E_i^*$ кожного критерію від свого оптимального значення у кожному іншому випадку розв'язання задачі;

- будується вираз компромісного критерію з використанням адитивної функції $\min(\sum_i I_i * V_i)$ або функції рівномірного відхилення $\min(\sum_i I_i * V_i / E_i^*)$;

- розв'язується задача із застосуванням компромісного критерію або серед раніше знайдених рішень обирається те, яке оптимізує компромісний критерій.

Важливими показниками якості сформованого розкладу з точки зору його реалізації при оперативно-диспетчерському управлінні виступають простой обладнання, час очікування деталей перед обробкою та локальні резерви часу.

Простій - це інтервал часу між завершенням виконання попередньої операції та початком наступної за розкладом роботи обладнання. Простой бувають доопераційні (час до початку виконання першої операції на обладнанні) та міжопераційні.

Очікування - це інтервал часу між завершенням виконання обробки деталі на попередньої за технологічним маршрутом операції та початком виконання наступної операції.

Локальний резерв - це інтервал часу, на який можна збільшити тривалість операції, не змінюючи момент початку наступної за розкладом робіт операції.

Локальний резерв операції L_{ij} розраховується як мінімальне значення між простоем обладнання $k = Q_{ij}$ після виконання операції L_{ij} та часом очікування j -ої деталі перед обробкою на операції L_{i+1j} :

$$\begin{aligned} T_{ij}^{\text{пр}} &= \min \{ T_k^{\text{пр}}, T_{i+1j}^{\text{оч}} \}, \\ T_{i+1j}^{\text{оч}} &= T_{i+1j}^{\text{н}} - T_{ij}^{\text{к}}, \\ T_k^{\text{пр}} &= T_{gh}^{\text{н}} - T_{ij}^{\text{к}}, \end{aligned}$$

де $k = Q_{ij} = Q_{gh}$, а L_{gh} - наступна після L_{ij} операція, що виконується на цьому обладнанні. Резерв створюється як за рахунок неможливості повного завантаження обладнання навіть за умови оптимального розв'язання задачі оптимального планування, так і за рахунок цілеспрямованого введення його у розклад роботи. Основне призначення локального резерву полягає у використанні його в оперативно-диспетчерському управлінні з метою компенсування зовнішніх впливів на час виконання операцій. Також резерви можуть бути використані для включення у розклад роботи додаткових робіт, що не порушують основну структуру розкладу, але підвищують завантаження обладнання.

2.2. Методи розв'язання задачі складання розкладу роботи обладнання при однакових технологічних маршрутах обробки

Усі методи розв'язання задач цього типу умовно розбиваються на два основні класи:

- аналітичні методи, які ґрунтуються на апараті дискретної оптимізації;
- імітаційні методи, які ґрунтуються на імітації роботи об'єкту планування та використанні повного або часткового перебору варіантів запуску деталей в обробку.

Існуючі аналітичні методи звичайно прямо або непрямо пов'язані з перебором варіантів, але їх працемісткість експоненційно залежить від розмірності задачі. Відомі

методи відсіювання варіантів типу "гілок та границь" дозволяють зменшити, іноді суттєво, коефіцієнт пропорційності в залежності між працемісткістю алгоритму та розмірністю задачі і тим самим поширити область практичного застосування переборних алгоритмів. Однак експоненційний характер цих алгоритмів для задач у загальному вигляді залишається незмінним. Проте існує клас окремих задач оперативного планування, що мають аналітичні алгоритми вирішення не експоненційного характеру складності. Ці задачі мають обмеження у застосуванні, пов'язані з вихідними умовами задачі, наприклад, однаковий час або маршрут обробки, обмежену кількість обладнання - одне, два або три, та інше. Тобто ефективні аналітичні методи існують тільки для простих випадків формулювань задач оперативного планування.

Типовим представником таких задач, в яких відображаються найбільш поширені умови виробництва є задача Джонсона "про два станки", що має оптимальний алгоритм розв'язання. Виробничий участок складається з двох одиниць обладнання, яке обробляє вироби n -типів за однаковим технологічним маршрутом. Тобто деталі повинні послідовно пройти через усе обладнання. Необхідно визначити черговість запуску-випуску виробів за критерієм мінімізації виробничого циклу (загального часу) виготовлення усіх виробів.

Очевидно, що для отримання оптимального рішення потрібно мінімізувати сумарний час простою другого обладнання в очікуванні завершення обробки деталей на першому. Принципом оптимальності черговості запуску за визначеним критерієм ефективності є $\min(T_{1k}, T_{2l}) < \min(T_{1l}, T_{2k})$, якщо деталь k йде раніше деталі l . За допомогою цієї нерівності формується наступний алгоритм оптимізації:

- всі деталі поділяються на дві групи. До першої належать деталі в яких $T_{1k} < T_{2k}$, а до другої - деталі в яких $T_{1k} \geq T_{2k}$;
- в першій групі деталі впорядковуються за зростання часу T_{1k} , а в другій - за зменшенням часу T_{2k} ;
- загальна черговість запуску деталей визначається як послідовність обробки деталей з першої групи, а потім з другої.

Аналогічний алгоритм може застосовуватися і у випадку трьох станків. В цьому випадку принцип оптимальності набуває такий вигляд - $\min(T_{1k}+T_{2k}, T_{3l}+T_{2l}) < \min(T_{1l}+T_{2l}, T_{3k}+T_{2k})$, якщо деталь k йде раніше на обробку деталі l . Тобто, в першій групі деталі впорядковуються за зростанням часу $T_{1k}+T_{2k}$, а в другій - за зменшенням часу $T_{3k}+T_{2k}$.

В разі часткового проходження деталей через одиниці обладнання, таку ситуацію також можна звести до вихідної, прийнявши нульовий час роботи обладнання. Проте, якщо кількість обладнання перевищує три одиниці застосований принцип оптимальності та наведений алгоритм не може бути використаний тому, що не дає оптимального вирішення задачі.

3. Вимоги до учбової програми

Учбова програма повинна бути призначена для проведення розрахунків задачі оперативного планування при однакових технологічних маршрутах обробки деталей за схемою алгоритму задачі Джонсона та повного перебору варіантів запуску деталей. За допомогою цієї програми виконується побудова розкладу роботи обладнання та розрахунок показників якості та ефективності, які визначені завданням.

Вхідні дані формуються в вигляді текстового файлу або за допомогою діалогу, де записуються такі значення:

- 1) кількість обладнання m ;
- 2) кількість деталей n ;
- 3) матриця тривалостей обробки $T=[T_{ij}|i=1,m;j=1,n]$, де T_{ij} - трудомісткість обробки j -ої деталі на i -й операції (обладнанні).

Матриця T повинна записуватися послідовно по рядках.

Учбова програма повинна працювати в одному з двох режимів - діалоговому або командному. В діалоговому усі розрахунки подаються на екран, а в командному - у вихідний файл результатів, який вказується програмі у командному рядку, наприклад

TIMETABL ім'я_файлу_даних ім'я_файлу_результатів

Вихідні результати повинні бути представлені в такій формі:

- 1) кількість обладнання;
- 2) кількість деталей, які запущені на обробку;
- 3) загальний час обробки всіх деталей;
- 4) показники якості та ефективності;
- 5) матриця $P=[P_{ij}|i=1,m;j=1,n]$, де P_{ij} - час початку обробки j -ої деталі на i -му обладнанні (операції).

4. Завдання

Визначити оптимальний порядок запуску в обробку 4 партій деталей за умов послідовного проходження 3 одиниць технологічного обладнання з урахуванням часу обробки T за критерієм мінімізації часу виробничого циклу. Розрахувати показники якості та ефективності P . Провести їх оцінку на різних варіантах запуску деталей в обробку за допомогою компромісного критерію R .

Завдання	R	P	T
1	1	(1.1) (2.1)(2.3)(2.6) (3.1)(3.4)(3.6)	2 3 3 5 2 4 3 4 3 4 1 5
2	2	(1.2) (2.2)(2.4)(2.7) (3.2)(3.5)(3.7)	3 4 4 6 3 3 4 5 4 5 2 6
3	1	(1.3) (2.1)(2.5)(2.6) (3.3)(3.4)(3.7)	2 1 1 1 2 1 4 3 2 3 3 1
4	2	(1.1) (2.2)(2.5)(2.7) (3.3)(3.5)(3.6)	2 1 1 1 2 1 4 3 2 3 3 1
5	1	(1.2) (2.1)(2.4)(2.7) (3.2)(3.5)(3.6)	1 4 6 1 1 5 2 6 6 3 4 1
6	2	(1.3) (2.2)(2.3)(2.7) (3.3)(3.5)(3.6)	1 4 8 1 1 5 2 6 6 3 4 1
7	1	(1.1) (2.2)(2.5)(2.7) (3.3)(3.5)(3.6)	7 3 5 5 6 4 7 5 3 4 6 4
8	2	(1.2) (2.1)(2.4)(2.7) (3.2)(3.5)(3.6)	3 1 2 5 6 4 7 5 3 2 3 2

9	1	(1.3) (2.2)(2.3)(2.7) (3.3)(3.5)(3.6)	2 3 2 6 1 2 6 2 4 4 4 5
10	2	(1.2) (2.2)(2.4)(2.7) (3.2)(3.5)(3.7)	2 3 4 6 1 1 5 2 2 4 4 4
11	1	(1.3) (2.1)(2.5)(2.6) (3.3)(3.4)(3.7)	4 3 3 3 4 3 6 5 4 5 5 1
12	2	(1.1) (2.1)(2.3)(2.6) (3.1)(3.4)(3.6)	4 2 3 3 2 3 6 4 4 4 5 1

Лабораторна робота № 4

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАДАЧІ СКЛАДАННЯ РОЗКЛАДУ РОБОТИ ВИРОБНИЧОГО ОБЛАДНАННЯ ПРИ БАГАТОМАРШРУТНИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСАХ ОБРОБКИ

Мета роботи: ознайомити студентів з методикою вирішення задачі оперативного планування за допомогою машинної реалізації імітаційних методів складання розкладу роботи виробничого обладнання при багатомаршрутних технологічних процесах обробки деталей.

1. Порядок виконання роботи

1. Ознайомитись з теоретичним матеріалом.
2. Розробити учбову програму формування розкладу роботи згідно з варіантом завдання.
3. Підготувати текстовий файл умов задачі оперативного планування
4. Оцінити одержані результати за заданим критерієм ефективності та побудувати діаграми Ганта розкладу роботи.
5. Розрахувати локальні резерви часу, простої обладнання та час очікування деталей перед обробкою.
6. Підготувати звіт.

2. Теоретичний матеріал

Організація оперативно-диспетчерського управління виробництвом ґрунтується на деталізації для виконавців раніше розрахованого календарного плану випуску продукції в межах заданого планового інтервалу. Реалізація цієї функції здійснюється задачею оперативного планування, результатом якої є просторове упорядкування комплексу запланованих робіт. Просторове упорядкування виражається у визначенні кожному виконавцю плану робіт з окремих операцій. В ГВС оперативний плановий інтервал, як правило, не перевищує зміни (добі), а виконавцем є технологічне обладнання.

Математичною формою подання задач даного класу є дискретна оптимізаційна модель, а методологією рішення - дискретне лінійне програмування (ДЛП) та імітаційні методи дослідження.

2.1. Постановка задачі оперативного планування

Об'єктами процесу планування є роботи - технологічні операції, партії деталей, для яких необхідно встановити порядок проходження через обладнання при фіксованих технологічних маршрутах обробки. Формально задача подається таким чином.

Номенклатурний перелік продукції, яка виробляється на m групах ($k=1,m$) обладнання, складається з n найменувань ($j=1,n$). Виготовлення партії деталей кожного найменування заздалегідь визначено послідовністю проходження деталей через групи обладнання, яку називають технологічним маршрутом $G_j=(L_{ij}|i=1,M_j)$, де L_{ij} - технологічна операція, яка виконується i -ою за порядком виготовлення j -ої деталі; M_j - кількість операцій, які виконуються над j -ою деталлю. У маршруті технологічні операції $L_{ij}=(Q_{ij},T_{ij})$ мають такі характеристики: $Q_{ij} = k$ - номер групи обладнання, налагодженого на виконання операції L_{ij} ; T_{ij} - нормативна тривалість виконання операції L_{ij} .

Необхідно скласти розклад $P=(T_{nij}|i=1,M_j;j=1,n)$, який визначає моменти початку виконання операцій L_{ij} (моменти запуску партії деталей на одиницях обладнання) і задовольняє системі обмежень:

- умова виконання технологічної послідовності $T_{nij} \geq T_{k(i-1)j}$;
- умова виконання технологічних маршрутів;
- умова виконання операцій без перерв $T_{kij} = T_{nij} + T_{ij}$;
- умова виконання в кожний момент часу тільки однієї операції на одиниці обладнання

$(T_{n1j1} \leq T_{n2j2}) \Rightarrow (T_{k1j1} \leq T_{k2j2})$, де T_{kij} - момент закінчення виконання операції L_{ij} .

Вибір найкращого розкладу виконується за критеріями ефективності, серед яких найбільш поширеними є:

1) мінімізація часу випуску заданого обсягу продукції (загальної тривалості виробничого циклу)

$$\min(\max\{T_{kij}\});$$

i, j

2) максимізація завантаження обладнання

$$\min\{T_k\},$$

$k=1, m$

де T_k - сумарний час простоїв k -ої одиниці обладнання.

У кожному конкретному випадку планування за критерій може бути обраний інший вираз цільової функції задачі залежно від економічних, організаційних та технічних особливостей організації виробництва.

2.2. Методи розв'язання задачі складання розкладу роботи обладнання

Усі методи розв'язання задач цього типу умовно розбивають на два основні класи:

- аналітичні методи, які ґрунтуються на апараті дискретної оптимізації;
- імітаційні методи, які ґрунтуються на імітації роботи об'єкту планування та використанні евристичних правил переваги прийняття рішень.

Існуючі аналітичні методи звичайно прямо або непрямо пов'язані з перебором варіантів, але їх працемісткість експоненційно залежить від розмірності задачі. Відомі методи відсіювання варіантів типу "гілок та границь" дозволяють зменшити (іноді суттєво) коефіцієнт пропорційності в залежності між працемісткістю алгоритму та розмірністю задачі і тим самим поширити область практичного застосування переборних алгоритмів. Але експоненційний характер цих алгоритмів залишається незмінним.

Тому для практичних цілей частіше використовують евристичні алгоритми складання розкладів на базі вирішуючих правил в режимі імітації роботи виробничої системи. У цьому режимі виконуються паралельна (одночасна) побудова діаграм Ганта для усіх одиниць технологічного обладнання, які беруть участь у процесі планування.

Алгоритм побудови розкладів за даним методом є таким:

0. Нехай у деякий момент часу T k -й верстат закінчив обробку поточної деталі.

1. Оброблена деталь заноситься у портфель робіт наступного за технологічним маршрутом верстата. Якщо є декілька варіантів технологічного маршруту, деталь одночасно заноситься у відповідну кількість портфельів. Якщо виконана операція була останньою за технологічним маршрутом, тоді деталь виключається з розкладу.

2. Якщо портфель робіт k -го верстата порожній, то він буде переведений у стан простою. В іншому випадку за допомогою вирішального правила переваги з портфелью вибирається одна деталь та записується як поточна в розклад робіт даного верстата з зазначення часу завершення операції

$$T = T + T_{ij}$$

Обрана таким чином деталь виключається з усіх портфельів, в котрих вона містилася.

3. Якщо в разі виконання п.1 з'явилась можливість завантажити верстат, який знаходиться у стані простою, то відповідна деталь записується в розклад робіт цього верстата, для якого формується нове значення часу завершення операції.

4. Обирається наступний верстат з мінімальним поточним значенням T та виконується перехід до п.0.

Планування ведеться до повного виконання усіх операцій над деталями або до тих пір, поки не буде побудований розклад на потрібний інтервал планування (зміну/добу).

В якості вирішальних правил в алгоритмах імітаційного моделювання найчастіше використовуються наступні правила переваги:

1) правило найкоротшої операції - з поточного портфелю робіт, які підготовлені до виконання на поточному верстаті, обирається деталь з мінімальним часом обробки; мета правила - якнайскоріше завантажити роботою наступні за технологічним маршрутом верстати;

2) правило максимальної залишкової трудомісткості - з поточного портфелю робіт, які підготовлені до виконання, обирається деталь з максимальною сумою часу обробки на усіх ще невиконаних операціях; мета правила - закінчити обробку усіх деталей приблизно одночасно;

3) правило вирівнювання завантаження верстатів - з портфелю робіт обирається деталь, яка потім надходить на верстат, який має у даний час мінімальний за трудомісткістю портфель підготовлених робіт; мета правила - рівномірно завантажити верстати (правило можна використовувати при багатоваріантних маршрутах);

4) правило мінімальної залишкової трудомісткості - альтернатива правилу 2;

5) правило найдовшої операції - альтернатива правилу 1.

6) правило призначення у порядку надходження (FIFO) - з поточного портфелю робіт обирається деталь, яка надійшла в чергу на обробку до верстата першою;

7) правило LIFO - альтернатива правилу 6.

Із наведених правил видно, що вони мають евристичний характер, тобто з їх допомогою неможливо встановити та оцінити наближення до оптимальності отриманого рішення, але можна виробити "добре" рішення в залежності від їх призначення по застосуванню чи від критерію функціонування виробничої системи, для якої розробляється розклад роботи.

Важливими показниками якості сформованого розкладу з точки зору його реалізації при оперативно-диспетчерському управлінні виступають: прості обладнання, час очікування деталей перед обробкою та локальні резерви часу.

Простій - це інтервал часу між завершенням виконання попередньої операції та початком наступної за розкладом роботи обладнання.

Очікування - це інтервал часу між завершенням виконання обробки деталі на попередньої за технологічним маршрутом операції та початком виконання наступної операції.

Локальний резерв - це інтервал часу, на який можна збільшити тривалість операції, не змінюючи момент початку наступної за розкладом робіт операції.

Локальний резерв операції L_{ij} розраховується як мінімальне значення між простим обладнання $Q_{ij}=k$ після виконання операції L_{ij} та часом очікування j -ої деталі перед обробкою на операції $L(i+1)j$:

$$T_{лpij} = \min\{T_{пrk}, T_{оч(i+1)j}\},$$

де час очікування визначається як $T_{оч(i+1)j} = T_{н(i+1)j} - T_{kij}$, а простій - $T_{пrk} = T_{нsh} - T_{kij}$, $k=Q_{ij}=Q_{sh}$, L_{sh} - наступна після L_{ij} операція, що виконується на цьому обладнанні. Резерв створюється як за рахунок неможливості повного завантаження обладнання навіть за умови оптимального розв'язання задачі оптимального планування, так і за рахунок цілеспрямованого введення його у розклад роботи.

Основне призначення локального резерву полягає у використанні його в оперативно-диспетчерському управлінні з метою компенсування зовнішніх впливів на час виконання

операцій. Також резерви можуть бути використані для включення у розклад роботи додаткових робіт, що не порушують основну структуру розкладу, але підвищують завантаження обладнання.

3. Приклад учбової програми

Учбова програма повинна бути призначена для проведення розрахунків задачі оперативного планування за схемою алгоритму імітаційного методу моделювання. За допомогою цієї програми виконується побудова розкладу роботи обладнання ГВС з використанням евристичних правил переваги без врахування роботи транспортних засобів та операцій переналагодження.

Вхідні дані формуються в вигляді текстового файлу або за допомогою діалогу, де записуються такі значення:

- 1) кількість обладнання M ;
- 2) кількість деталей N ;
- 3) ознака виду вихідних даних та розрахунків F (див. п.3.2);
- 4) номер правила R ;
- 5) матриця технологічних маршрутів $TM=[TM_{ij}|i=1,N;j=1,M]$, де TM_{ij} - номер верстата, на якому виконується j -та операція технологічного маршруту обробки i -ої деталі;
- 6) матриця тривалостей обробки $TO=[TO_{ij}|i=1,N;j=1,m]$, де TO_{ij} - трудомісткість обробки i -ої деталі на j -й операції.

Матриці TM и TO повинні записуватися послідовно по рядках.

Учбова програма повинна працювати в одному з двох режимів - діалоговому або командному. В діалоговому усі розрахунки подаються на екран, а в командному - у вихідний файл результатів, який вказується програмі у командному рядку.

Результати можуть бути подані у такому вигляді:

- 1) кількість верстатів;
- 2) кількість деталей, які запущені на обробку;
- 3) загальний час обробки всіх деталей;
- 4) матриця $RR=[RR_{ij}|i=1,N;j=1,M]$, де RR_{ij} - час початку обробки i -ої деталі на j -му обладнанні ($F=1$), або час початку j -ої операції технологічного маршруту обробки i -ої деталі ($F=0$).

4. Завдання

Скласти розклад роботи обладнання ГВС з M верстатів, що виробляють N деталей за технологічними маршрутами TM і витрачають час TO , використавши встановлені правила переваги P . Оцінити отримані розклади та їх показники якості за критерієм R .

Завдання	R	P	M	N	TM	TO
1	2	3,4	3	4	1 3 2 3 1 2 2 3 1 1 2 3	2 3 3 5 2 4 3 4 3 4 1 5
2	1	1,4	3	4	1 3 2 3 1 2 2 3 1 1 2 3	3 4 4 6 3 3 4 5 4 5 2 6
3	1	2,5	3	4	3 1 2 2 1 3 1 2 3 1 3 2	2 1 1 1 2 1 4 3 2 3 3 1

4	2	2,3	3	4	3 1 2 2 1 3 1 2 3 1 3 2	2 1 1 1 2 1 4 3 2 3 3 1
5	1	1,4	3	4	1 3 2 3 1 2 1 3 2 3 2 1	1 4 6 1 1 5 2 6 6 3 4 1
6	2	3,4	3	4	1 3 2 3 1 2 1 3 2 3 2 1	1 4 8 1 1 5 2 6 6 3 4 1
7	2	4,5	3	4	1 2 3 2 1 3 3 2 1 1 3 2	7 3 5 5 6 4 7 5 3 4 6 4
8	1	2,4	3	4	1 2 3 3 1 2 2 3 1 1 3 2	3 1 2 5 6 4 7 5 3 2 3 2
9	2	2,3	3	4	2 3 1 2 1 3 3 1 2 3 2 1	2 3 2 6 1 2 6 2 4 4 4 5
10	1	1,2	3	4	2 3 1 3 1 2 3 1 2 3 2 1	2 3 4 6 1 1 5 2 2 4 4 4
11	2	1,4	3	4	3 1 2 2 1 3 1 2 3 1 3 2	4 3 3 3 4 3 6 5 4 5 5 1
12	1	3,5	3	4	2 1 3 2 3 1 1 2 3 1 3 2	4 2 3 3 2 3 6 4 4 4 5 1

Лабораторна робота № 5

МОДЕЛЮВАННЯ ДИСКРЕТНИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕРЕЖ ПЕТРІ

Мета роботи: ознайомити студентів з математичними засобами подання та моделювання роботи мереж Петрі.

1. Порядок виконання роботи

1. Ознайомитись з теоретичним матеріалом.
2. За варіантом завдання подати мережу Петрі у теоретико-множинному та матричному визначенні.
3. Побудувавши дерево досягаємості, визначити типи вершин досяжних маркірувань та властивості переходів, позицій і мережі.
4. Розробити учбову програму побудови дерева досягаємості, за допомогою якої перевірити отримані результати.
5. Підготувати звіт.

2. Основні визначення та правила роботи мереж Петрі

Ефективним засобом моделювання дискретних процесів є мережі Петрі. Їх основні властивості полягають у можливості відображення паралелізму, асинхронності, ієрархічності моделюємих об'єктів більш простішими засобами. Тому використання мереж Петрі для дослідження ієрархічних дискретних систем, зокрема ГВС, є кращим.

Мережа Петрі - причинно-наслідкова модель уявлення подій, що виникають у процесі роботи дискретної системи. Процеси, які моделюються, подаються як множина подій та умов. Події - це дії, послідовність наступу яких керується становищами системи. Становища системи визначаються сукупністю умов, серед яких виділяють:

- 1) передумови - пов'язані з фактом наступу події;
- 2) післяумови - пов'язані з фактом здійснення події. Таким чином мережа Петрі уявляється сукупністю пов'язаних подій та умов, що виникають у системі яка моделюється.

Для завдання мереж Петрі найчастіше використовують такі способи, як теоретико-множинне визначення, графічне уявлення та матричне подання.

2.1. Теоретико-множинне визначення мереж Петрі

Формально мережа Петрі N може бути задана у вигляді наступної п'ятірки елементів:

$$N = (P, T, F, H, Mo),$$

$$P = \{P_i | i=1, n\},$$

$$T = \{T_j | j=1, m\},$$

$$F : P \times T \Rightarrow \{0, 1, 2, \dots\},$$

$$H : T \times P \Rightarrow \{0, 1, 2, \dots\},$$

$$Mo : P \Rightarrow \{0, 1, 2, \dots\},$$

де P - множина позицій, які зображають умови в системі;

T - множина переходів, які зображають події в системі;

F, H - функції інцидентів позицій та переходів, що визначають доумови або постумови подій;

Mo - початкове маркірування мережі. Функція F , визначивши передумови здійснення подій, призначає кожному переходу вхідну множину позицій $T_j = \{P_i | F(P_i, T_j) \neq 0\}$, а функція H , визначивши післяумови, призначає кожному переходу вихідну множину

позицій $T_j = \{P_i | H(T_j, P_i) \neq 0\}$. Маркірування $M_o(P_i)$ означає кількість маркерів у позиції P_i мережі.

Слід зауважити, що перші чотири елементи визначають структуру системи, а останній елемент - динаміку поведінки системи, її початковий стан. Динаміка мережі пов'язана з рухом маркерів по позиціях у результаті спрацьовувань переходів, внаслідок чого створюються нові маркування позицій $M(P_i)$.

2.2. Графічне уявлення мереж Петрі

Графічно мережа Петрі - це дводольний орієнтований мультиграф, де:

- дводольність означає наявність двох типів вершин (позицій та переходів);
- орієнтованість означає, що всі дуги мають певний напрямок;
- мультиграф - дуги можуть мати кратність (вона позначається значенням понад дугою або кількістю дуг).

Графічне уявлення пов'язане з теоретико-множинним визначенням наступним чином:

- 1) позиції відображаються кругами;
- 2) переходи відображаються рисками;
- 3) функції F і H - орієнтованими дугами, кількість або кратність яких визначається значенням функцій;
- 4) маркування мережі відображається кількістю маркерів у позиціях.

2.3. Матричне подання

Матричне подання це аналітичний спосіб уявлення мережі Петрі. У цьому випадку функції інцидентів та початкове маркування зображаються у вигляді матриць розміром $[n \times m]$

$$F = [F_{ij} | i=1, n; j=1, m],$$

$$H = [H_{ij} | i=1, n; j=1, m] \text{ та вектором-стовпчиком розміром } [n \times 1]$$

$$M_o = [M_{oi} | i=1, n], \text{ де } F_{ij} = F(P_i, T_j), H_{ij} = H(T_j, P_i), M_{oi} = M_o(P_i).$$

2.4. Правила роботи мережі Петрі

Робота (функціонування) мереж Петрі визначається як послідовність спрацьовування переходів, внаслідок яких відбувається зміна маркувань позицій.

Перехід може спрацьовувати, якщо він є збудженим.

Перехід T_j вважається збудженим, якщо виконується наступна умова: для усіх $P_i \in T_j : M(P_i) \geq F(P_i, T_j)$. Тобто виконуються доумови здійснення модельованої цим переходом події - у кожній вхідній позиції переходу кількість маркерів не менше кратності дуги, що їх з'єднує.

Тоді умова спрацьовування збудженого переходу T_j має такий вигляд: для усіх $P_i \in T_j : M'(P_i) = M(P_i) + H(T_j, P_i) - F(P_i, T_j)$. Тобто при спрацьовуванні збудженого переходу маркування M замінюється маркуванням M' за правилом - з вхідних позицій переходу забирається певна кількість маркерів, яка визначається функцією $F(P_i, T_j)$, а вихідні позиції переходу отримують іншу кількість маркерів, яка визначається вже функцією $H(T_j, P_i)$.

Необхідно відмітити, що у разі використання матричного способу подання мереж Петрі умова збудження переходу T_j має вигляд $M \geq F * U$, а умова спрацьовування

$$M' = M + (H - F) * U,$$

де $U = [U_j | j=1, m]$ - вектор-стовпчик розміром $[m \times 1]$, у якого всі елементи дорівнюють 0, крім $U_j = 1$.

У будь-якому стані мережі Петрі може існувати декілька одночасно збуджених переходів. Але послідовність їх спрацьовування не встановлена і може бути будь-яка без

одночасного спрацьовування переходів. Тому в мережах Петрі визначають декілька прийнятних послідовностей спрацьовувань переходів, що породжують послідовності виникаючих маркувань. Це відображає паралелізм та недетермінізм мереж Петрі.

Таким чином з функціонуванням мережі Петрі пов'язують дві послідовності:

1) послідовність спрацьовуючих переходів;

2) послідовність виникаючих (досяжних) маркувань. Ці послідовності є взаємопов'язаними.

Два маркування M і M' вважаються безпосередньо досяжними, якщо у функціонуванні мережі існує перехід T_j , спрацьовування якого переводить мережу з M у M' :

$$\begin{array}{c} T_j \\ M \Rightarrow M' \end{array}$$

Два маркування M і M' вважаються досяжними, якщо у функціонуванні мережі існує послідовність переходів $G=(T_{j1}, T_{j2}, \dots, T_{jk})$, яка переводить мережу з M у M' :

$$M \Rightarrow M',$$

тобто виникає послідовність безпосередньо досяжних маркувань

$$\begin{array}{ccccc} T_{j1} & T_{j2} & & T_{jk} & \\ M \Rightarrow M_1 & \Rightarrow M_2 & \dots & M_k & \Rightarrow M' \end{array}$$

Таким чином, формально функціонування мережі подається:

- мовою мережі Петрі $L(N)$ - множиною послідовностей спрацьовуючих переходів;
- множиною досягаємості $R(N)$ - множиною маркувань, досяжних з початкового маркування.

Ці послідовності об'єднуються у рамках єдиної моделі уявлення роботи мережі - графа досягаємості - орієнтованого графа, вершинами якого є маркування з множини $R(N)$, а дугами є спрацьовуючі переходи з $L(N)$. Початковому маркуванню відповідає коренева вершина дерева, а дуги, відмічені переходами T_j , з'єднують вершини-маркування, що є безпосередньо досяжними при спрацьовуванні T_j . Дерево досягаємості в загальному випадку може бути нескінченним з вершинами таких типів: 1) внутрішнє маркування, яке є досяжним з початкового маркування та не є тупиковим; 2) тупикове маркування, з якого не може спрацьовувати ні один перехід; 3) дублююче маркування M_d , яке відповідає вже введеному раніше у дерево маркуванню $M=M_d$ (але якщо на шляху з початкового маркування до M_d зустрічається маркування M , то M_d є маркуванням-циклом); 4) накопичуюче маркування M_n , відповідно якому на шляху від початкового маркування існує інше маркування M таке, що $M \leq M_n$. Нескінченність дерева можливе тільки у випадку існування накопичуючих маркувань, які породжують циклічне повторення однакових послідовностей спрацьовуючих переходів.

Для того, щоб побудувати скінченне дерево досягаємості і подати процес нескінченного накопичування маркерів у позиціях мережі, вводиться позначення у вигляді символу w , володіючого такими властивостями:

$$w + a = w, w - a = w, a < w.$$

Тоді алгоритм побудови скінченного дерева досягаємості базується на наступних положеннях:

1. Алгоритм послідовно обробляє вершини, перетворюючи кожную кінцеву (необроблену) в одну з типових - тупикову чи дублюючу.

2. Якщо поточне маркування M не кваліфікується як одна з двох наведених, то M стає внутрішньою для якої формується підмножина безпосередньо досяжних маркувань, котрі у дереві стають кінцевими вершинами. Нові кінцеві маркування M' визначаються за результатами спрацьовування збуджених у M переходів за наступними правилами:

- якщо $M(P_i) = w$, то $M'(P_i) = w$;
- якщо на шляху з початкового маркування до M' існує таке маркування M'' , що $M'' \leq M'$ і $M''(P_i) < M'(P_i)$, то $M'(P_i) = w$;
- у противному разі $M'(P_i)$ зберігає своє значення, отримане внаслідок спрацьовування переходу.

3. Коли усі вершини будуть оброблені алгоритм зупиняється.

Побудова скінченного дерева досягаємості дозволить практично використати його для дослідження властивостей мережі Петрі.

2.5. Модифікації мережі Петрі

При описанні алгоритмів управління сітками Петрі необхідно мати засіб, за допомогою якого забороняється повторне ініціювання операторів під час їх виконання. Для цього вводяться інгібіторні (забороняючі) дуги, що виконують перевірку сітки на нульову маркіровку. Сітки, що мають інгібіторні дуги, називаються інгібіторними.

Інгібіторна сітка представляє собою сітку Петрі, доповнену спеціальною функцією інцидентності $F_i : P \times T \rightarrow \{0, 1, 2\}$, яка вводить інгібіторні дуги для тих пар (p, t) , у яких $F_i(p, t) > 0$.

Правило спрацьовування переходів в інгібіторній сітці має наступний вигляд:

$$\forall p \in {}^*t : m(p) \geq F(p, t) \wedge m(p) F_i(p, t) = 0,$$

де *t – множина вхідних позицій переходу t . Тобто, інгібіторна дуга забороняє спрацьовування переходу, якщо у відповідній позиції знаходиться маркерів більше, ніж призначено функцією інцидентності.

Інгібіторні дуги зв'язують тільки позиції з переходами і їх відображають не стрілками, що закінчуються, а маленькими колами.

2.6. Властивості мережі

Для мереж Петрі визначають такі основні властивості.

1. Обмеженість мережі.

Позицію P_i називають k -обмеженою, якщо кількість маркерів у цій позиції не перевищує деяке число k для усіх досяжних маркувань з множини $R(N)$, тобто для усіх $M \in R(N)$ існує $k : M(P_i) \leq k$.

У свою чергу, мережа Петрі є k -обмеженою, якщо усі позиції мережі є k -обмеженими. Тобто, якщо у мережі позиції P_i обмежені числами k_1, k_2, \dots , то в цілому мережа Петрі буде k -обмеженою, причому $k = \max\{k_1, k_2, \dots\}$.

У випадку, коли $k=1$, отримуємо частковий випадок обмеженості безпечна позиція та безпечна мережа.

Обмеженість свідчить про кінцевий стан окремих елементів системи, яка моделюється мережею Петрі, а безпечність визначає факт виконання умов при роботі об'єкту моделювання.

2. Зберігання мережі.

Мережа Петрі називається зберігаючою по відношенню до вагового вектору $Z = (Z_i | i=1, n)$, якщо для кожного $M \in R(N)$ виконується

$$\sum [(Z_i * M(P_i)), i=1, n] = \sum [(Z_i * M_0(P_i)), i=1, n] = \text{Const.}$$

Якщо $Z_i=1$ для усіх $i=1, n$, то мережа називається точно зберігаючою. Необхідною умовою збереження є обмеженість мережі, а достатнім – наявність вектора Z . Мережа є зберігаючою, якщо існує рішення системи $RM * S = \text{Const}$, де рішенням є вектор S , а RM – матриця досяжних маркірувань з $R(M)$. Зберігання мережі свідчить про неможливість знищення або виникнення додаткових ресурсів у системі яка моделюється.

3. Живість мережі.

Живість – це властивість, що пов'язана з відсутністю тупикових ситуацій та зациклювань процесу функціонування мережі.

Об'єкти, моделі яких володіють властивістю живості, можуть переходити з будь-якого досяжного становища в інше, у тому числі і в початкове.

Мережу вважають живою, якщо виконуються дві умови:

T_j

1) для усіх $T_j \in T$ існує $M_l, M_k \in R(N) : M_l \Rightarrow M_k$, тобто будь-який перехід повинен спрацьовувати при моделюванні роботи мережі;

2) для усіх $M_l, M_k \in R(N) : M_l \Rightarrow M_k$, тобто в мережі існує взаємодосяжність маркувань, у тому числі і початкового маркування, що визначає відсутність тупиків та зациклювань у роботі мережі.

3. Приклад визначення та моделювання роботи мережі Петрі

Подамо за графічним зображенням мережі на рис.1 її теоретико-множинне та матричне визначення, побудуємо дерево досяжності і визначимо властивості мережі.

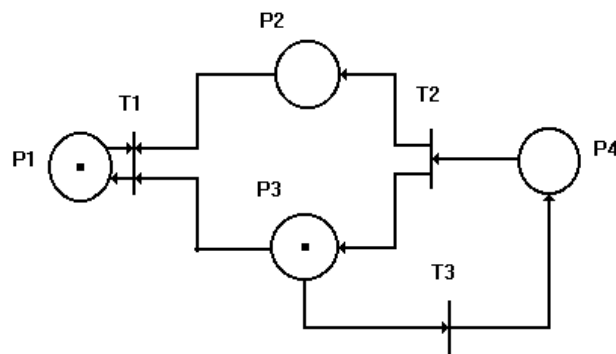


Рис.1

Теоретико-множинне визначення мережі:

$N = (P, T, F, H, Mo)$,

$P = \{P_1, P_2, P_3, P_4\}$, $T = \{T_1, T_2, T_3\}$,

$F(P_i, T_1) = 1$ для $i=1,2,3$, $F(P_4, T_1) = 0$,

$F(P_4, T_2) = 1$, $F(P_i, T_2) = 0$ для $i=1,2,3$

$F(P_3, T_3) = 1$, $F(P_i, T_3) = 0$ для $i=1,2,4$

$H(T_1, P_1) = 1$, $H(T_1, P_i) = 0$ для $i=2,3,4$

$H(T_2, P_i) = 1$ для $i=2,3$, $H(T_2, P_i) = 0$ для $i=1,4$

$H(T_3, P_4) = 1$, $H(T_3, P_i) = 0$ для $i=1,2,3$

$Mo(P_1) = Mo(P_3) = 1$, $Mo(P_2) = Mo(P_4) = 0$.

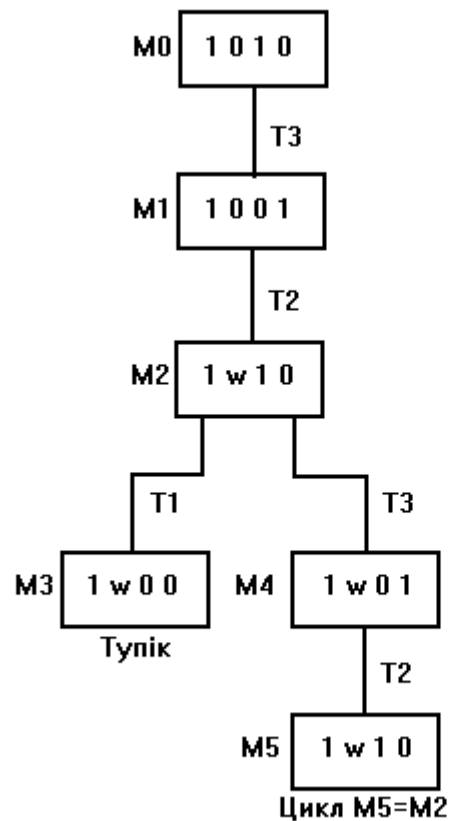
Множини вхідних позицій переходів: $T_1 = \{P_1, P_2, P_3\}$, $T_2 = \{P_4\}$, $T_3 = \{P_3\}$.

Множини вихідних позицій переходів: $T_1' = \{P_1\}$, $T_2' = \{P_2, P_3\}$, $T_3' = \{P_4\}$.

Матричне подання:

$$F = \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 101 \\ 010 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 100 \\ 010 \\ 010 \\ 001 \end{bmatrix} \quad Mo = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Дерево досяжності:



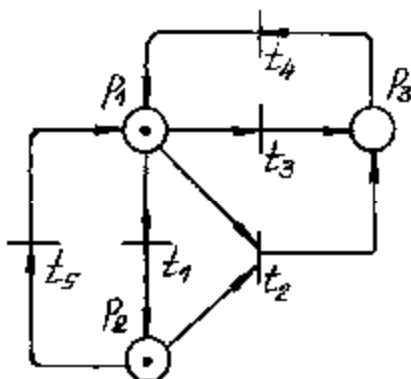
Позиції P1,P3,P4 - безпечні, а позиція P2 - необмежена. Тому мережа вцілому необмежена і незберігаюча.

Переходи спрацьовують усі, але є типікове маркірування M3, циклічне повторення маркірувань $M2 \Rightarrow M4 \Rightarrow M5$ та початкове маркірування недосяжне з будь-якого іншого у дереві. Тому мережа нежива.

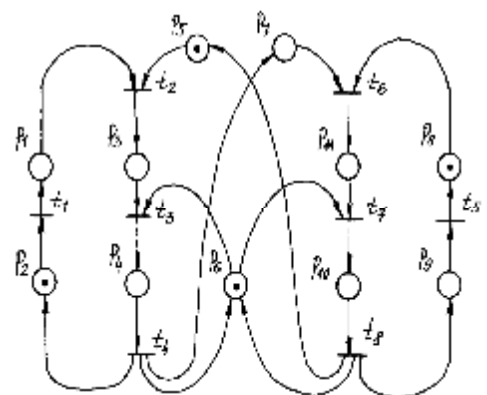
4. Варіанти завдань

Згідно варіанта завдання подати мережу Петрі у теоретико-множинному та матричному визначенні. Побудувати дерево досяжності і визначити типи вершин досяжних маркірувань та властивості переходів, позицій і мережі вцілому.

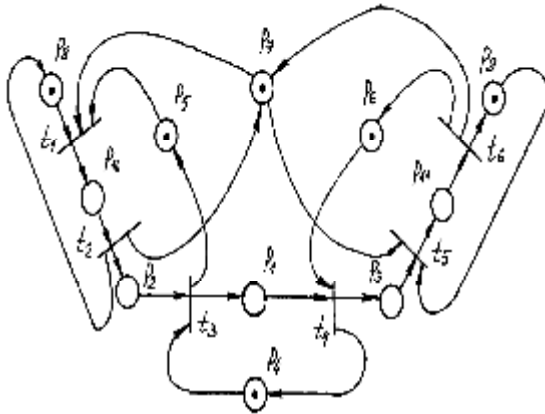
Завдання 1



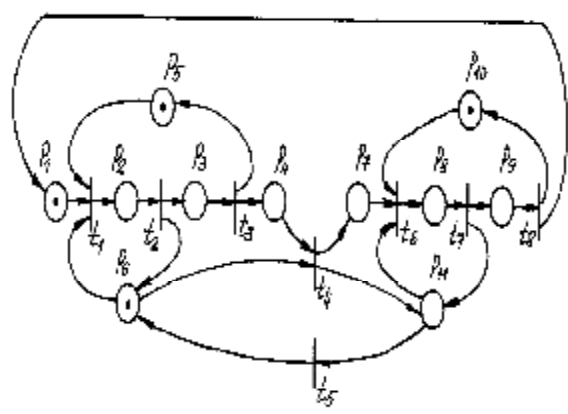
Завдання 2



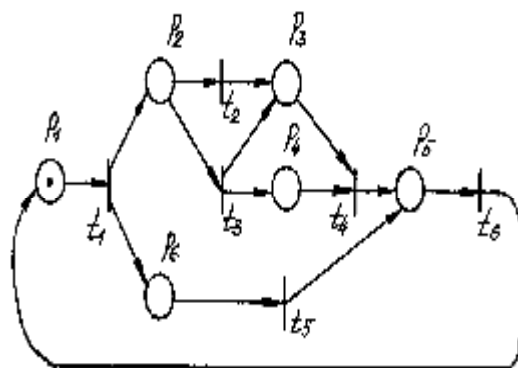
Завдання 3



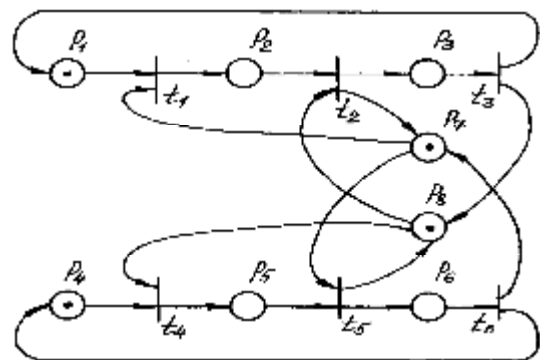
Завдання 4



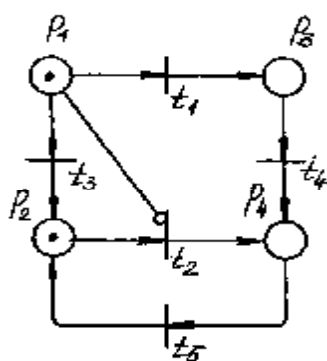
Завдання 5



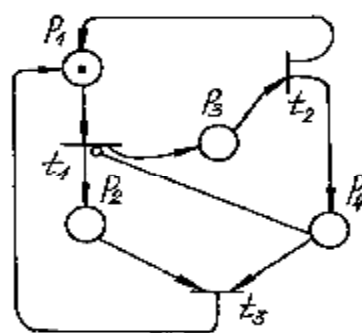
Завдання 6



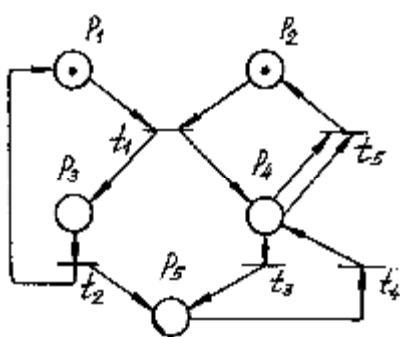
Завдання 7



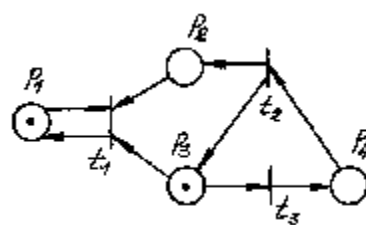
Завдання 8



Завдання 9



Завдання 10



Лабораторна робота № 6

ДИНАМІКА МЕРЕЖ ПЕТРІ І АНАЛІЗ ЯКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИСКРЕТНИХ ПРОЦЕСІВ

Мета роботи: ознайомити студентів з методикою якісного аналізу динаміки функціонування дискретних систем за допомогою методів лінійної алгебри у дослідженні рекурентних рівнянь станів мережі Петрі.

1. Порядок виконання роботи.

1. Ознайомитись з теоретичним матеріалом.
2. Використовуючи методи лінійної алгебри, провести дослідження запропонованої мережі Петрі (відповідно до завдання).
3. Дати інтерпретацію та оцінити одержані результати з точки зору якісних характеристик дискретної системи.
4. Розробити учбову програму розрахунку інваріант мережі. Перевірити програму на прикладі мережі із завдання лабораторної роботи №5.
5. Підготувати звіт.

2. Теоретичний матеріал.

Мережі Петрі, як математичний засіб опису об'єктів які досліджуються, відображають логічну послідовність подій, що виникають у процесі їх функціонування, до яких відносять і виробничі системи. Ця послідовність подій має характеристики паралельних процесів, аналіз яких потребує визначення наступних умов: 1) повторна ініціалізація операцій в процесі припустима тільки після завершення попереднього її виконання у системі; 2) використання в дискретній системі ресурсів має кількісне обмеження по застосуванню; 3) у взає модії частин паралельних процесів не повинно з'являтися блокувань розвитку подій, тупикових станів або заціклювань у виконанні послідовних дій. Перевірка цих умов практично означає встановлення властивостей динаміки роботи мережі Петрі, а саме обмеженості, безпечності та живості.

Розглянемо мережу Петрі як математичну систему $[N=(P,T,F,H,M_0), P=\{P_i|i=1,n\}, T=\{T_j|j=1,m\}, F:P \times T \Rightarrow \{0,1,2,...\}, H:T \times P \Rightarrow \{0,1,2,...\}, M_0:P \Rightarrow \{0,1,2,...\}]$ для якісного аналізу динаміки роботи дискретних об'єктів. Так структурні елементи мережі повинні інтерпретуватися наступним чином: позиції - це умови виконання або ознаки здійснення дій (операцій) на об'єкті, переходи це події, що здійснюються на об'єкті у разі виконання необхідних умов, маркування - це поточний стан об'єкту. Тому статичні властивості об'єкту визначає графова частина мережі Петрі, а динамічні - початкове маркування і правила збудження-спрацьовування переходів (моделювання роботи). При описі процесів мережами Петрі будьяке маркування мережі асоціюється з визначеним станом об'єкту який моделюється. Спрацьовування будь-якого переходу T_j мережі N пов'язане із зміною його стану (виконанням елементарної дії у процесі).

Мережу вважають живою, якщо виконуються дві умови:

T_j

1) для усіх $T_j \in T$ існує $M_l, M_k \in R(N)$: $M_l \Rightarrow M_k$, тобто будь-який перехід повинен спрацьовувати при моделюванні роботи мережі;

2) для усіх $M_l, M_k \in R(N)$: $M_l \Rightarrow M_k$, тобто в мережі існує взаємодосяжність маркувань, у тому числі і початкового маркування, що визначає відсутність тупиків та заціклювань у роботі мережі, де $R(N)$ - множина досяжних маркувань мережі.

Маркування $M \in R(N)$ називають тупиковим, якщо в цьому стані жоден з переходів не може спрацювати.

Мережа N вважається обмеженою, якщо всі її позиції обмежені, тобто для кожної позиції мережі у всіх маркуваннях з $R(N)$ існує єдина кінцева кількість маркерів, що з'являються там одночасно.

Мережа N вважається безпечною, якщо при всіх досяжних маркуваннях її позиції не можуть мати більше одного маркеру.

Перевірка властивостей мереж може виконуватись шляхом побудови і аналізу дерева досягаємості, але це потребує встановлення усіх досяжних у мережі маркувань, що є важкою задачею повного перебору станів. Тому існує інший спосіб, який уявляє собою структурний аналіз мережі, заснований на матриці інцидентій і початкового маркування.

Виходячи із умов збудження та спрацьовування переходів, динаміку мережі в просторі станів (маркувань) можна описати таким рекурентним рівнянням (рівнянням стану мережі):

$$M_k = M_{k-1} + A * U_k ; k = 1, 2, \dots \quad (2.1)$$

де M_k - стан, у який перейде мережа з стану M_{k-1} у результаті k-го впливу U_k (спрацьовування переходу); $U_k = [U_{jk}]$ - керуючий вектор, компонента якого $U_{jk}=1$, якщо в k-й момент асинхронного часу виникає спрацьовування переходу T_j , або $U_{jk}=0$, якщо спрацьовування не відбувається; $A = [A_{ij}]$ - матриця інцидентій позицій та переходів, елементи A_{ij} якої дорівнюють 1, -1 або 0, коли, відповідно, перехід T_j має 1 вихідних дуг до позиції P_i , 1 вхідних дуг з позиції P_i , або не має зв'язку з позицією P_i .

Матрицю A можна розрахувати на підставі операції над матрицями $F = [F_{ij}]$ і $H = [H_{ij}]$, які задають кількість дуг, що виходять відповідно з позицій і переходів

$$A = H - F,$$

тобто елементи F_{ij} задають кількість маркерів, які потрібно забрати з позиції P_i при спрацьовуванні переходу T_j , а елементи H_{ij} визначають кількість маркерів, які направляються у позицію P_i при спрацьовуванні переходу T_j .

Очевидно, що в будь-якому стані компоненти вектора маркірування не можуть бути від'ємними. Вони можуть приймати лише нульові або додатні цілочисельні значення. Ця умова у матричному запису має вид $M_k \geq 0$ для всіх k. Враховуючи останнє, з рівняння станів одержуємо $M_{k-1} + A * U_k \geq 0$, а послідовність маркувань (2.1) можна замінити єдиним виразом через початкове маркування M_0 і вектор підрахунку спрацьовувань:

$$S = \sum [U_k, k=1, 2, 3, \dots]; S = [S_j]_{j=1, m}. \quad (2.2)$$

Елемент S_j вказує, яку кількість разів спрацьовує перехід T_j в послідовності маркувань, яка йде від M_0 к M_k . Враховуючи рівняння (2.2), з (2.1) одержимо:

$$M_k = M_0 + A * S \quad (2.3)$$

Або увівши вектор зміни маркування

$$dM = M_k - M_0,$$

з рівняння (2.3) одержимо рівняння

$$A * S = dM \quad (2.4)$$

Всі можливі рішення даного рівняння можна отримати за допомогою одного з методів рішення задач цілочисельного програмування.

Розглянемо використання методів лінійної алгебри в розв'язанні рекурентних рівнянь зміни станів моделі мережі. Вони дозволяють на основі математичного дослідження

структури біграфа мережі і початкового маркування M_0 оцінити такі якісні характеристики мережі як обмеженість, живість.

Цілочисельний вектор $X = [X_i | i=1, n]$, який є рішенням лінійної системи

$$A \sim * X = 0 \quad (2.5)$$

називається p -інваріантом.

Розглянемо рівняння (2.1), обидві частини якого помножимо на транспонований вектор $X \sim$ (\sim - позначка транспонування):

$$X \sim * M = X \sim * M_0 + X \sim * A * S \quad (2.6)$$

Враховуючи (2.5) і те, що $A \sim * X = X \sim * A$, з виразу (2.6) одержимо:

$$X \sim * M = X \sim * M_0 \quad (2.7)$$

Тобто, будь-який p -інваріант характеризує всі досяжні маркування мережі з точки зору збереження деяких властивостей процесів. Якщо позначити

$$X \sim * M_0 = K_0,$$

де K_0 - константа, то інваріантність маркувань мережі представимо у вигляді співвідношення-рівності:

$$X \sim * M = K_0 = \text{const} \quad (2.8)$$

Вектор X тому називають p -інваріантом, що він визначає властивості структури мережі у розподілі маркерів за позиціями P_i незалежно від будь-якого досяжного маркування.

Враховуючи, що система (2.5) може мати нескінченну кількість рішень, фундаментальною системою розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь називають таку сукупність рішень, за допомогою якої виражаються всі інші розв'язки. Якщо ранг матриці A дорівнює числу невідомих ($r = n$), то система (2.5) має тільки нульове рішення. Якщо $r < n$, то система (2.5) окрім нульового має нескінченну множину інших рішень, причому фундаментальна система складається з $(n-r)$ векторів X . Ранг матриці $A = [a_{ij}]$ розміром $(n \times m)$ дорівнює найвищому порядку відмінного від нуля визначника, одержанного викреслюванням $(n-r)$ стовпців і $(m-r)$ рядків з матриці A . Таким чином, всі інваріанти X для маркувань мережі можна отримати з $(n-r)$ базисних рішень. Об'єднавши записані у вигляді векторів-рядків рішення фундаментальної системи, одержимо матрицю інваріантів чи базисних рішень B . Тоді для будь-якого досяжного маркування подібно рівнянню (2.7) матиме

$$B * M = B * M_0 = K_0 \quad (2.9)$$

Якщо всі компоненти p -інваріанту невід'ємні, його називають p -ланцюгом. Повний p -ланцюг - це p -інваріант, всі компоненти якого додатні, тобто повний p -ланцюг містить у собі всі позиції мережі. Мережа Петрі інваріантна, якщо для неї існує повний p -ланцюг. Повний p -ланцюг потрібно шукати серед усіх рішень фундаментальної системи B або їх лінійної комбінації.

Інваріантна мережа Петрі є обмеженою, але обмежена мережа може бути не інваріантною, тобто не мати повного ланцюга. Це впливає з того, що якщо X - повний p -ланцюг і $X \sim * M = K_0$, то зважена сума маркерів за всіма позиціями $\sum [(X_i * M_i), i=1, n] = K_0$ є обмеженою. А оскільки X_i - додатні і вся сума обмежена, то і маркування M_i всіх позицій мережі обмежені. Слід зауважити, що якщо повний p -ланцюг є одиничним вектором, то мережа є безпечною.

Розглянемо наступну характеристику мережі - живість, визначення якої базується на обчисленні t-інваріантів.

Цілочислений вектор $Y = [Y_j | j=1, m]$ називається t-інваріантом, якщо він є розв'язком лінійної однорідної системи

$$A * Y = 0 \quad (2.10)$$

Якщо значення t-інваріанту підставити в рівняння (2.3) замість вектора підрахунку спрацьовувань S , то виявиться, що

$$M = M_0 + A * Y = M_0.$$

Звідси випливає, що якщо $Y \neq 0$, то мережа стійка, тобто після деяких спрацьовувань переходів вона повертається в початковий стан M_0 . Стійкість мережі пов'язана з її циклічною повторюваністю, починаючи зі стану M_0 . Слід зазначити, що серед рішень системи (2.10) можуть бути і такі вектори Y , компоненти яких від'ємні.

Повний t-ланцюг - це t-інваріант, всі компоненти якого додатні. Повний t-ланцюг включає в собі усі переходи мережі. Якщо мережа має повний t-ланцюг, то вона стійка, що є тільки необхідною умовою живості при будь-якому початковому маркуванні, оскільки встановлено, що в послідовності маркувань від M_0 до $M=M_0$ спрацьовують всі переходи, але не визначено чи існують тупикові маркірування. Пошук повного t-ланцюга здійснюється подібно до пошуку повного r-ланцюга.

Таким чином, якщо мережа жива і обмежена, то вона стійка і інваріантна.

Вирішимо питання знаходження тупикових станів. Тупік це досяжний з початкового маркірування стан у якому не збуджений жоден з переходів мережі. Запишемо умову збудження переходу T_j у наступному виді:

$$\sum [(F_{ij} * M_i), i=1, n] \geq \sum [F_{ij}, i=1, n], j=1, m$$

або

$$F * M \geq F * E,$$

де E - одиничний вектор.

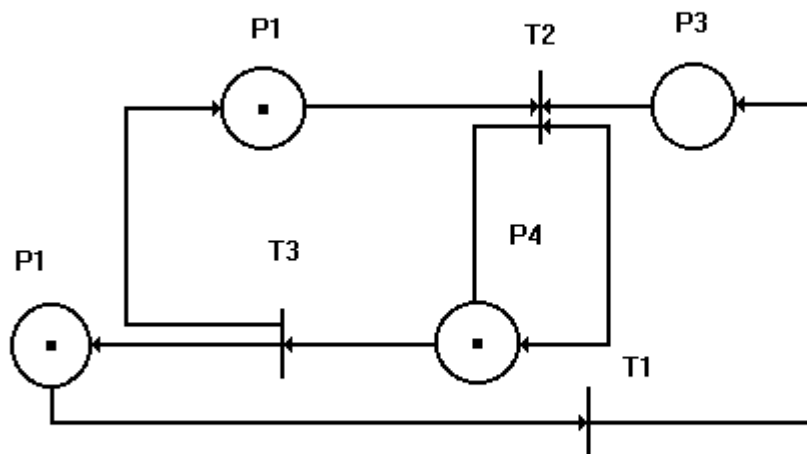
Оскільки множина досяжних маркувань $R(N)$ повинна задовольняти умові (2.9), то відсутність збуджуваних переходів для $M \in R(N)$ слід визначити з розв'язку такої системи

$$\begin{aligned} B * M &= B * M_0 \\ F * M &= F * E - E \end{aligned} \quad (2.11)$$

Якщо ця система має рішення, то деяке її маркування є тупиковим, в іншому випадку мережа не має тупіків і є живою.

3. Приклад аналізу мережі Петрі.

Розглянемо на прикладі наведеної мережі (мал.1) можливості викладеного математичного підходу.



Мал. 1

Для заданої мережі відповідно до рівняння (2.5) p -інваріант X є цілочисленим розв'язком системи

$$-X_1 + X_3 = X_2 + X_3 = X_1 + X_2 - X_4 = 0.$$

Ранг матриці A (табл.1) системи $A * X = 0$ дорівнює 3, тому дана система має лише одне базисне рішення ($n-r = 4-3 = 1$)

$$X \sim [1 \ -1 \ 1 \ 0].$$

Виходячі з цього не можна зробити висновок, що досліджувана мережа є обмеженою.

Таблиця 1

Матриця $A \sim$

переходи T_j	позиції, P_i			
	1	2	3	4
1	-1	0	1	0
2	0	-1	-1	0
3	1	1	0	-1

Таблиця 2

Матриця F

переходи T_j	позиції, P_i			
	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	1	1
3	0	0	0	1

Розрахуємо t-інваріант Y . З системи (2.10) одержимо систему рівнянь:

$$-Y_1 + Y_3 = -Y_2 + Y_3 = Y_1 - Y_2 = -Y_3 = 0.$$

Система має лише нульове рішення $Y \sim [0 \ 0 \ 0]$, тому в даній мережі не існує маркувань, які пов'язані циклами у графі станів. Маркування M співпадає з початковим, якщо тільки не спрацює жоден з переходів мережі, оскільки всі компоненти вектора нульові. Інакше кажучи, оскільки $Y = 0$, то послідовність станів не має повернень і мережа є нестійкою, а тому і неживою.

В зв'язку з одержаними особливостями доцільно визначити, чи має тупик вказана безповоротня послідовність маркірувань. Система (2.11) має вид:

$$M_1 - M_2 + M_3 = M_1 = M_4 = 0; M_2 + M_3 + M_4 = 2.$$

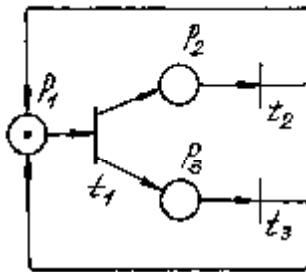
Оскільки система має не нульове рішення, то можна зробити висновок, що досліджувана мережа є тупиковою. А тупиковими маркіруваннями досяжними з початкового будуть такі, що задовольняють співвідношенням $M_1 = M_4 = 0, M_2 = M_3 = \text{Const} > 0$.

Отже, застосувавши вище розглянутий підхід до аналізу мережі Петрі, можна впевнитись в тому що вона нежива і тупикова.

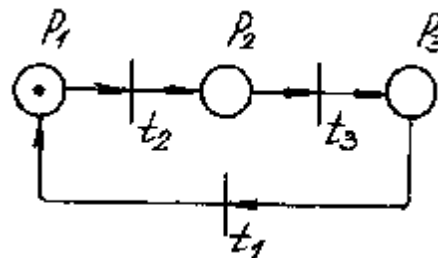
2. Варіанти завдань

Відповідно до варіанта завдання провести матричне дослідження якісних характеристик дискретних процесів поданих наведеними мережами Петрі.

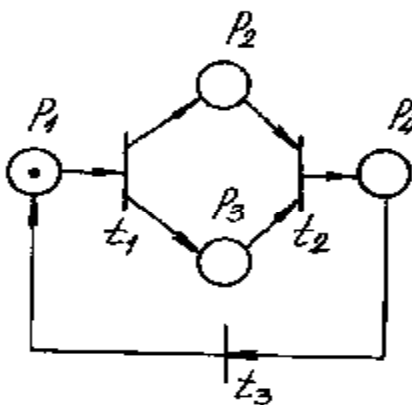
Завдання 1



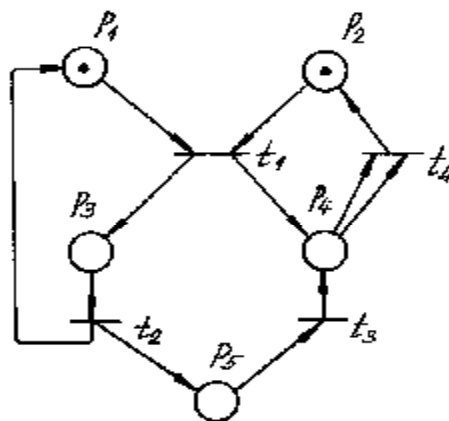
Завдання 2



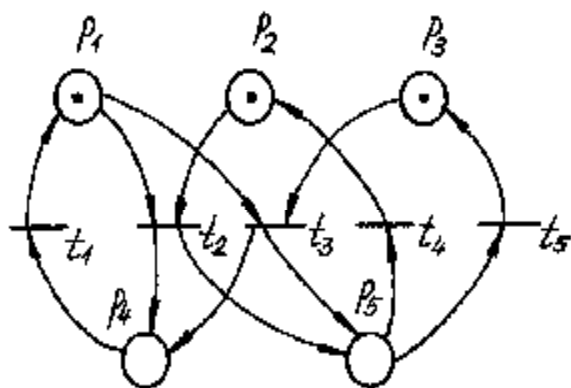
Завдання 3



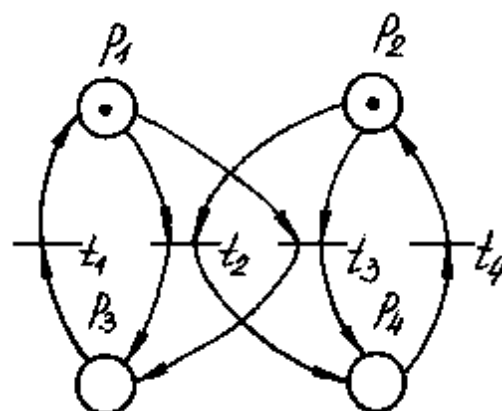
Завдання 4



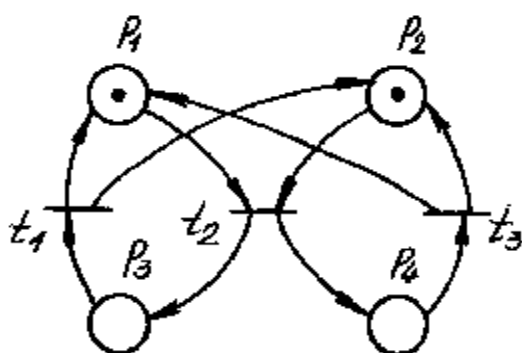
Завдання 5



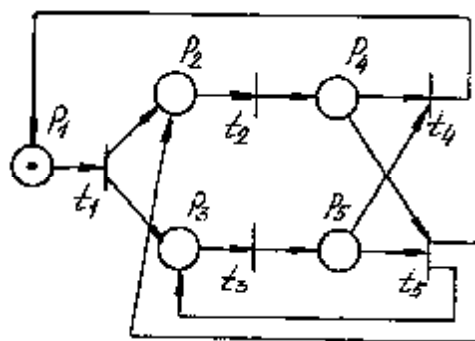
Завдання 6



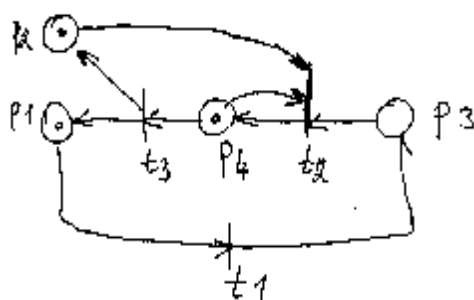
Завдання 7



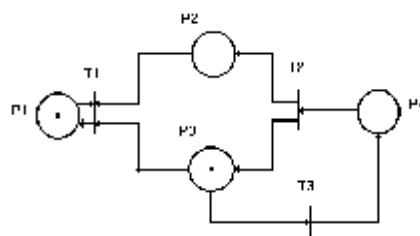
Завдання 8



Завдання 9



Завдання 10



Частина 2. Методи організації чисельного програмного керування верстатами та обладнанням гнучкого комп'ютеризованого виробництва

Лабораторна робота № 7

ПРОГРАМУВАННЯ РУХУ ІНСТРУМЕНТА ПРИ ФОРМОУТВОРЕННІ ДЕТАЛЕЙ НА ОБЛАДНАННІ З ЧПУ

Мета роботи: Вивчення методики формування траєкторії руху інструмента та програмування формоутворюючих дій в системах ЧПУ.

1. Порядок виконання роботи

За заданим кресленням контуру деталі:

- 1) виконати розрахунок опорних крапок і побудувати еквидистанту траєкторії руху основного інструмента з радіусом робочої поверхні 5 мм та додаткового з радіусом 2 мм для доробки суміжних ділянок контуру;
- 2) скласти керуючу програму формоутворення деталі у випадку програмування контуру деталі;
- 3) скласти керуючу програму формоутворення деталі у випадку еквидистантного програмування руху інструмента;
- 4) Розробити навчальну програму графічного моделювання траєкторії руху інструмента і формоутворення контуру деталі.

2. Теоретичний матеріал

Формоутворюючий рух інструмента відтворюється слідкуючими приводами подачі верстата. Розташування приводів відповідає координатній системі верстата, у якій здійснюється обробка деталі. Програмується не відносний рух за контуром, який задано кресленням деталі, а рух уздовж еквидистанти. Еквидистанта - це траєкторія руху центра робочої кромки інструмента, що відстоїть на радіус інструмента від заданого контуру деталі. Для опису еквидистант траєкторію руху інструмента розподіляють на елементарні ділянки, що звичайно задаються прямими або дугами окружності. Місця на стику елементарних ділянок називаються опорними точками.

Програмування руху інструмента між опорними точками задається за допомогою кадрів керуючої програми.

Кадр керуючої програми складається зі слів. Кожне окреме слово містить літеру адресу, що визначає призначення наступних даних.

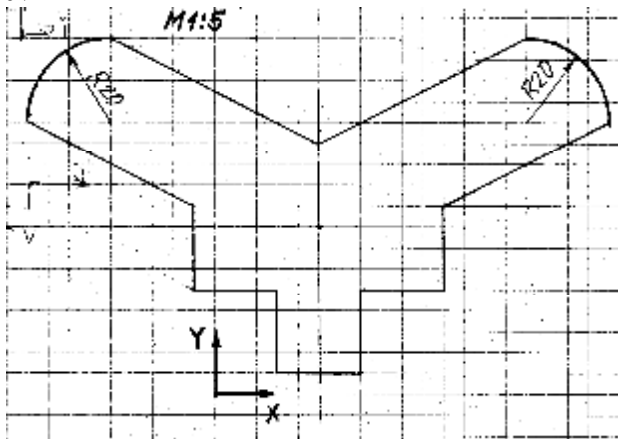
Кадр відкривається символом N, що означає номер кадру. Основний зміст кадру складає послідовність слів.

Слова з буквеною адресою G називають підготовчими функціями. G00 указує на прискорене переміщення і позиціонування, G01 - на рух по прямій лінії, G02 - рух по окружності в позитивному напрямку (проти годинникової стрілки), G03 - рух по окружності в негативному напрямку (за годинникової стрілки). Слова з адресами X, Y є розмірні переміщення, що представляють собою відносні кадрові збільшення по відповідним координатних осях. Слова з адресами I, J указують положення початкової точки дуги щодо її центра в місцевій системі координат. Для всіх слів з геометричною інформацією знак плюс опускається і мається на увазі за замовчуванням. Слово з адресою F визначає швидкість подачі в мм/хв, а відсутність подібного ж слова в другому кадрі свідчить про те, що подача не міняється.

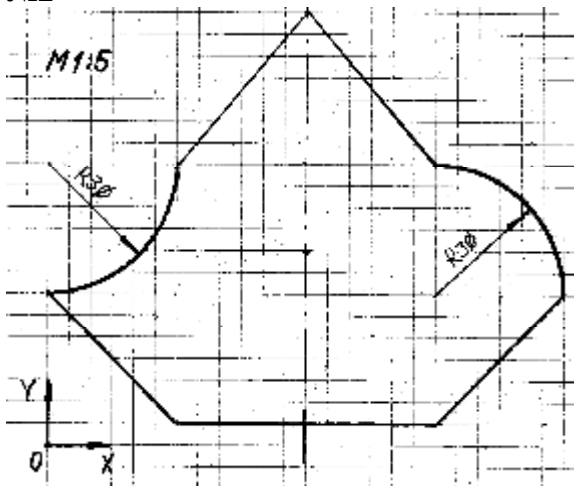
Відпрацювання кадру починається з моменту його активізації, коли він стає робочим. Попереднє відпрацювання кадру перед активізацією складаються в розрахунках проміжних попередніх положень інструмента, а також перетворення координат опорних точок до абсолютної системи координат. Відпрацювання кадру завершується з'єднанням осі робочої кромки інструмента з кінцевою опорною точкою, що надалі вважаються початком наступного руху.

3. Варіанти завдань

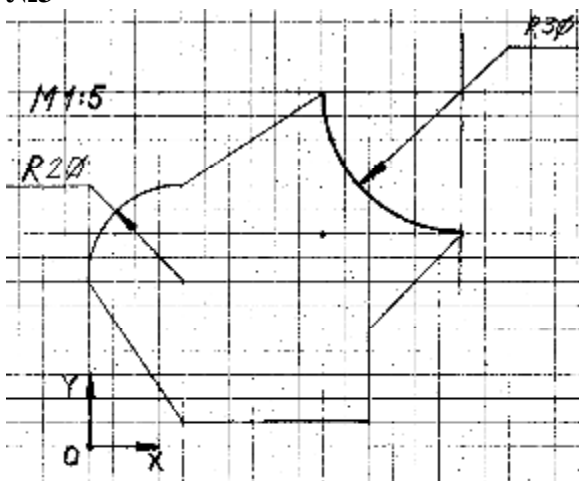
№1



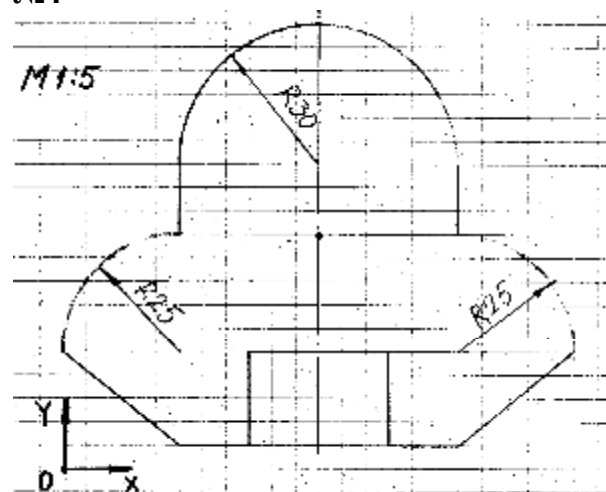
№2



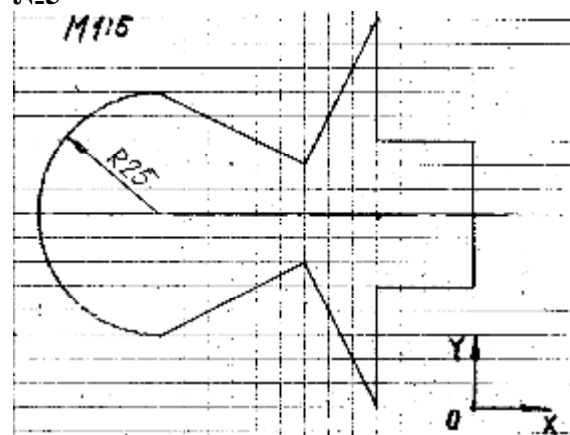
№3



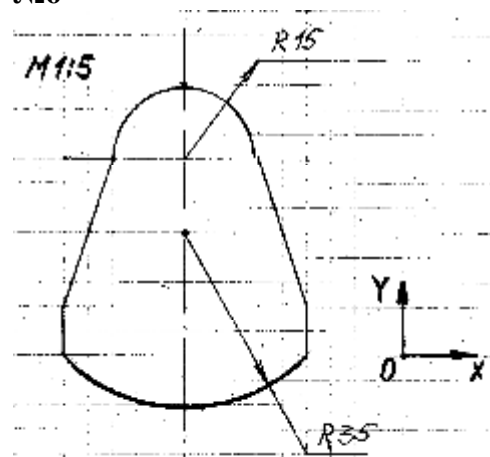
№4



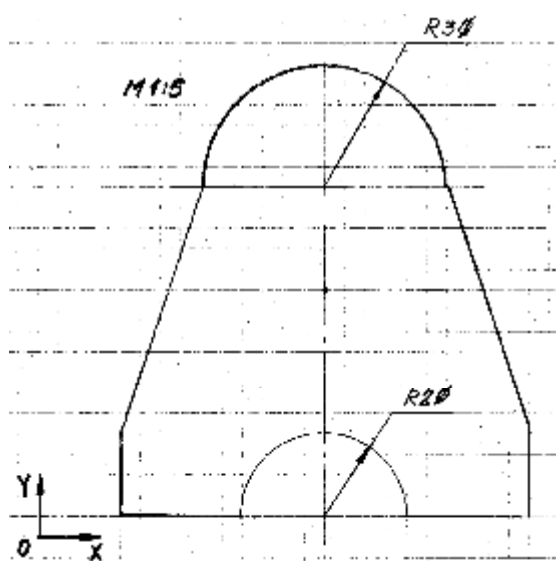
№5



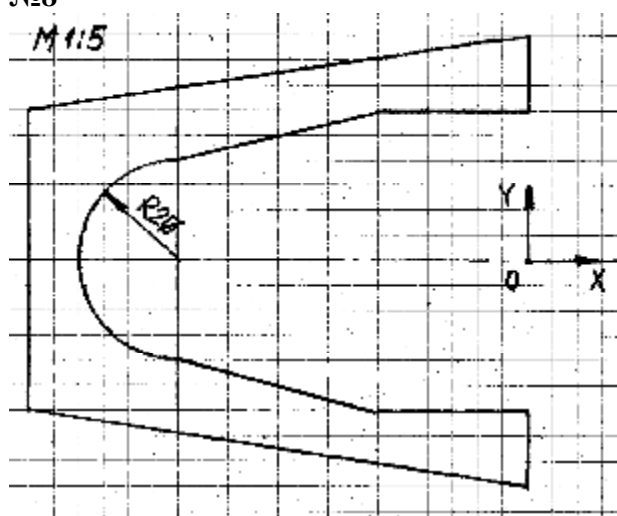
№6



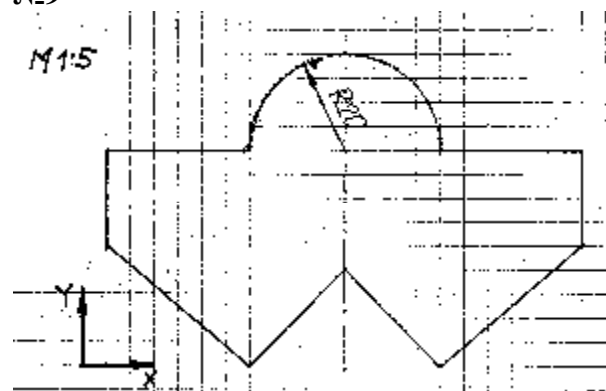
№7



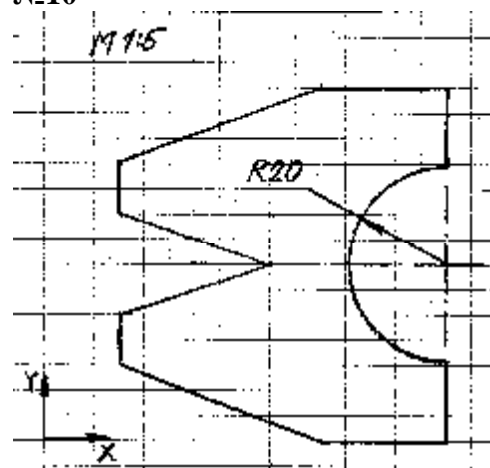
№8



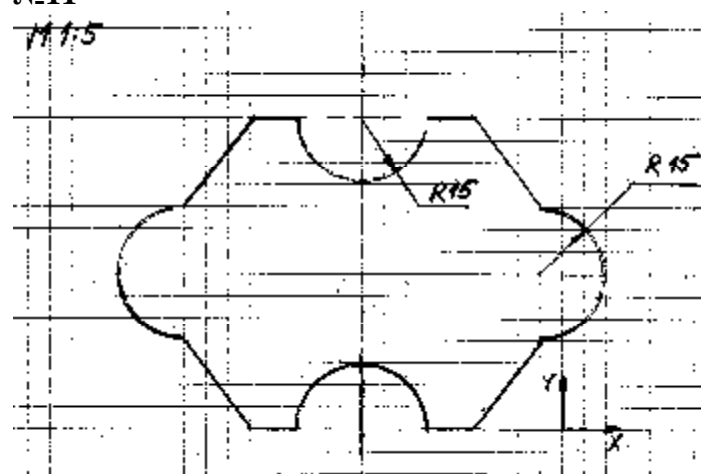
№9



№10

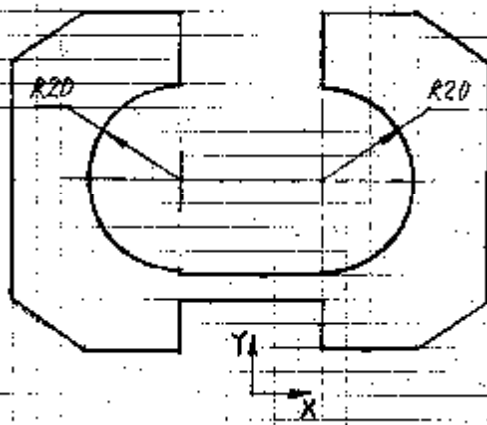


№11



№12

M15



Лабораторна робота № 8

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ЛІНІЙНОГО РУХУ ІНСТРУМЕНТА НА ОБЛАДНАННІ З ЧПУ

Мета роботи: Вивчення методики проведення розрахунків траєкторії лінійного руху інструмента та дослідження факторів впливаючих на утворення похибки формоутворення контура деталей в системах ЧПУ.

1. Порядок виконання роботи

За заданим кресленням контуру деталі (з лабораторної роботи №7):

1) для лінійної ділянки траєкторії руху інструмента виконати інтерполяцію видачі керуючих дискрет методами:

- оцінної функції з прогнозуючим кроком
- оцінної функції на постійній несучій частоті
- цифрових диференційних аналізаторів

2) За результатами розрахунків побудувати часові діаграми видачі керуючих дискрет, а також інтерполяційну траєкторію руху інструмента при формуванні контуру.

3) Дослідити залежність точності утворення траєкторії, що відпрацьовується, від параметрів методів інтеполяції – дискретності, угла нахилу траєкторії, періода інтерполяції. У якості показників точності розглядати сумарну, середньоквадратичну і максимальну похибку інтерполяції.

4) Зробити порівняльний аналіз методів і виробити рекомендації з їх використання.

5) Розробити навчальну програму розрахунку траєкторії руху інструмента методами інтерполяції.

2. Теоретичний матеріал

Лабораторна робота № 9

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ КРУГОВОГО РУХУ ІНСТРУМЕНТА НА ОБЛАДНАННІ З ЧПУ

Мета роботи: Вивчення методики проведення розрахунків траєкторії кругового руху інструмента та дослідження факторів впливаючих на утворення похибки формоутворення контура деталей в системах ЧПУ.

1. Порядок виконання роботи

За заданим кресленням контуру деталі (з лабораторної роботи №7):

1) для лінійної ділянки траєкторії руху інструмента виконати інтерполяцію видачі керуючих дискрет методами:

- оцінної функції з прогнозуючим кроком
- оцінної функції на постійній несучій частоті
- прогноза і корекції

2) За результатами розрахунків побудувати часові діаграми видачі керуючих дискрет, а також інтерполяційну траєкторію руху інструмента при формуванні контуру.

3) Дослідити залежність точності утворення траєкторії, що відпрацьовується, від параметрів методів інтеполяції – дискретності, радіуса кола траєкторії, періода інтерполяції. У якості показників точності розглядати сумарну, середньоквадратичну і максимальну похибку інтерполяції.

4) Зробити порівняльний аналіз методів і виробити рекомендації з їх використання.

5) Розробити навчальну програму розрахунку траєкторії руху інструмента методами інтерполяції.

2. Теоретичний матеріал