

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра технічної кібернетики

«На правах рукопису»

УДК _____

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри

Ткач М.М.

(підпис)

(ініціали, прізвище)

“ ” _____ 2015 р.

Магістерська дисертація

зі спеціальності 8.05020102 “Комп’ютеризовані та робототехнічні системи”
(код та назва напряму спеціальності)

на тему: Розробка методу визначення оптимальних параметрів регуляторів в
задачах квадратичного управління

Виконав: студент VI курсу, групи ІК-31м
(шифр групи)

Сазанова Світлана Валеріївна

(прізвище, ім’я, по батькові)

(підпис)

Керівник к.т.н. доц. Бурлаков В.М.

(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

(підпис)

Консультант охорона праці к.т.н. доц. Праховнік Н.А.

(назва розділу) (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

(підпис)

Рецензент д.т.н. проф. Бідюк П.І.

(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

(підпис)

Засвідчую, що у цій магістерській
дисертації немає запозичень з праць
інших авторів без відповідних посилань.

Студент _____
(підпис)

Київ – 2015 року

1. Тема проекту (роботи) Розробка методу визначення оптимальних параметрів регуляторів в задачах квадратичного управління.

Науковий керівник дисертації Бурлаков В.М. к.т.н. доцент,
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від « 10 » березня 2015 р. № 292/2С

2. Строк подання студентом дисертації _____

3. Об'єкт дослідження Лінійні стаціонарні об'єкти.

4. Предмет дослідження Синтез оптимальних регуляторів.

5. Перелік завдань які необхідно розробити аналіз методів оптимального управління, розробка визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі визначення параметрів критеріїв якості, розробка методу визначення компромісних значень параметрів оптимальних регуляторів, розробка програмного забезпечення для експериментальних досліджень ефективності методів, аналіз приміщення, в якому була виконана дипломна робота.

6. Орієнтовний перелік ілюстративного матеріалу: структурні схеми об'єкту та системи управління, графіки експериментальних досліджень, схема приміщення, в якому виконувалась дипломна робота.

7. Орієнтований перелік публікацій: Определение параметров регуляторов в задачах квадратичного оптимального управления состояния линейных динамических объектов / Міжвідомчий науково-технічний збірник «Адаптивні системи автоматичного управління» № 26.— Київ: Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”. – 2015.

8. Консультанти розділів дисертації

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
1. Розділ охорони праці	Праховнік Н.А., доцент		
2. Нормоконтроль	Пасько В.П., доцент		

9. Дата видачі завдання _____

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Строк виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Огляд методів оптимального управління.		
2	Загальна постановка задачі дипломної роботи.		
3	Розборка методу визначення параметрів оптимальних регуляторів на основі визначення параметрів критеріїв якості.		
4	Розробка методу визначення компромісних значень параметрів оптимальних регуляторів.		
5	Розробка програмного забезпечення.		
6	Виконання експериментальних досліджень.		
7	Оформлення розділу охорони праці.		
8	Оформлення роботи.		

Студент

_____ (підпис)

С.В. Сазанова

_____ (ініціали, прізвище)

Керівник проекту (роботи)

_____ (підпис)

В.М. Бурлаков

_____ (ініціали, прізвище)

[illegible]

ABSTRACT

Explanatory note of bachelor thesis consists of 5 sections, 92 pages, contains 26 figures, 6 tables, 7 applications, 20source.

In the master's thesis the method is examined and researched for determining the optimum parameters of regulators for solving problem quadratic optimal control quality criterion of which is to minimize requirements of the regulator on the structure of a known regulator.

The main objective of developing the method is simplifying the solving procedure optimal parameters regulator quadratic control problems in which precision control and energy consumption management arranged CONSUMER.

In this paper are:

- analysis of methods for solving optimal control problems;
- determining the optimal parameters of regulators from determining the parameters of quality criteria;
- method of determining the optimal parameter values compromise regulators;
- software for experimental research efficiency methods;
- the results of experimental studies;
- analysis of working conditions in the room where the course is carried out;
- conclusions to work.

The results of experimental studies have proven the effectiveness of the developed method determination for optimal regulators for solving quadratic optimal control.

Keywords: control object, object model, quality criterion, optimal control, object model, optimal regulator.

АНОТАЦІЯ

Пояснювальна записка магістерської дисертації складається з 5 розділів, 92 сторінок, містить 26 рисунків, 6 таблиць, 7 додатків, 20 джерел.

У магістерській дисертації розглянутий і досліджений метод визначення оптимальних параметрів регуляторів для вирішення задач оптимального квадратичного управління, критерій якості якого полягає у його мінімізації по параметрам регулятора при відомій структурі регулятора.

Основною ціллю розроблення методу є: спрощення процедури знаходження оптимальних параметрів регулятора в задачах квадратичного управління, при яких точність управління та витрати енергії на управління влаштовували б СПОЖИВАЧА.

У роботі наведено:

- аналіз методів вирішення задач оптимального управління;
- метод визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі визначення параметрів критеріїв якості;
- метод визначення компромісних значень параметрів оптимальних регуляторів;
- програмне забезпечення для експериментальних досліджень ефективності методів;
- результати експериментальних досліджень;
- аналіз умов праці вприміщення, де виконувалась дипломна робота;
- висновки до роботи.

Результати експериментальних досліджень довели ефективність розробленого методу визначення параметрів оптимальних регуляторів для вирішення задач оптимального квадратичного управління.

Ключові слова: об'єкт управління, модель об'єкта, критерій якості, оптимальне управління, оптимальний регулятор.

**Пояснювальна записка
до магістерської дисертації**

на тему: Розробка методу визначення оптимальних параметрів регуляторів в
задачах квадратичного управління

Київ – 2015 року

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ, УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА ТЕРМІНІВ.....	9
ВСТУП.....	10
1. АНАЛІЗ МЕТОДІВ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ	12
1.1. Метод класичного варіаційного числення.....	12
1.2. Метод максимуму Понтрягіна	16
1.3. Метод динамічного програмування.....	21
1.4. Аналіз методів синтезу регуляторів при квадратичних критеріях якості.....	25
Висновки до розділу	30
2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ.....	31
2.1. Опис об'єкту управління	31
2.2. Постановка задачі оптимального управління.....	32
Висновки до розділу	33
3. РОЗРОБКА МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ОПТИМАЛЬНИХ РЕГУЛЯТОРІВ	34
3.1. Визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі знаходження параметрів критеріїв якості.....	34
3.2. Визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі оптимуму частинних показників якості	38
3.3. Визначення оптимальних параметрів регуляторів методом динамічного програмування	40
3.4. Визначення компромісних значень параметрів регуляторів	43
Висновки до розділу	48
4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	49
4.1. Вибір об'єктів для експериментальних досліджень	49
4.2. Визначення частинних критеріїв якості.....	51
4.3. Визначення параметрів регуляторів	53
4.3.1. Визначення параметрів регуляторів для об'єкту 1-го порядку	53
4.3.2. Визначення параметрів регуляторів для об'єкту 2-го порядку	58
4.4. Розробка програмного забезпечення	64

4.5.	Результати експериментальних досліджень	64
	Висновки до розділу	72
5.	ОХОРОНА ПРАЦІ ТА БЕЗПЕКА У НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЯХ	73
5.1.	Характеристика робочого приміщення	73
5.2.	Аналіз шкідливих виробничих факторів.....	75
5.2.1.	Мікроклімат робочого приміщення	75
5.2.2.	Освітлення приміщення.....	76
5.2.3.	Аналіз шуму.....	79
5.2.4.	Аналіз електромагнітного випромінювання	80
5.3.	Аналіз електробезпеки	81
5.4.	Аналіз пожежної безпеки.....	82
5.5.	Безпека в надзвичайних ситуаціях.....	83
	Висновки до розділу	89
	ВИСНОВКИ.....	90
	ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ	91
	ДОДАТКИ ТА ІЛЮСТРАТИВНИЙ МАТЕРІАЛ	
	ДОДАТОК А. Опис об'єкту управління	
	ДОДАТОК Б. Структурна схема об'єкту управління	
	ДОДАТОК В. Постановка задачі оптимального управління	
	ДОДАТОК Г. Структурна схема системи оптимального управління	
	ДОДАТОК Д. Визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі знаходження параметрів критеріїв оптимальності	
	ДОДАТОК Е. Визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі оптимуму частинних показників якості	
	ДОДАТОК Є. Код програми	

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ, УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА ТЕРМІНІВ

МКВЧ – метод класичного варіаційного числення.

АКОР – аналітичне конструювання оптимальних регуляторів.

ПМ – принцип максимуму.

МДП – метод динамічного програмування.

ЕОМ – електронно-обчислювальна машина.

ПЗ – програмне забезпечення.

ВММ – векторно-матрична модель.

ВСТУП

Магістерська дисертація присвячена розробці і дослідженню методу визначення оптимальних параметрів регуляторів для вирішення задач оптимального управління з квадратичним критерієм якості, який полягає у його мінімізації по параметрам регулятора при відомій структурі регулятора.

Розроблений метод дозволяє спростити процедуру синтезу регуляторів, звівши її до вирішення системи диференціальних рівнянь того ж порядку, що й об'єкт управління, а не удвічі більшого, що має місце при використанні класичних методів оптимального управління.

Суть запропонованого методу полягає у визначенні оптимальних параметрів алгоритму управління з умови мінімуму критерію якості після підстановки в нього змінних стану, знайдених рішенням диференціального рівняння об'єкта управління, в якому управління абстрактно виражається у вигляді лінійної залежності від змінних стану. В результаті таких підстановок критерій якості стає функціоналом, що залежать від параметрів алгоритму управління. Останнє дозволяє визначити оптимальні значення параметрів алгоритму управління.

Розроблений підхід дозволяє генерувати конструктивну процедуру визначення компромісних рішень, що задовольняють вихідні вимоги СПОЖИВАЧА системи до якості процесу управління і до витрати енергії на управління. Метод дозволяє вирішити завдання управління змінними стану без необхідності формалізації задачі у вигляді одного загального інтегрального виразу. Метод дозволяє також вирішити відповідні завдання на умовний екстремум.

Об'єктом дослідження являються лінійні стаціонарні об'єкти.

Предмет дослідження – синтез оптимальних регуляторів.

Для виконання магістерської дисертації необхідно було вирішити наступні підзадачі:

1. аналіз методів оптимального управління;

2. розробка методу визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі визначення параметрів критеріїв якості;
3. розробка методу визначення компромісних значень параметрів оптимальних регуляторів;
4. розробка програмного забезпечення для експериментальних досліджень для впевненості ефективності розглянутих методів.

У дисертації наведені демонстративні приклади запропонованого підходу, що дозволяють виявити його суть і переваги.

1. АНАЛІЗ МЕТОДІВ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ

Аналіз методів вирішення задач оптимального управління виконаний для цілей вибору найбільш конструктивного методу синтезу оптимальних регуляторів стану динамічних об'єктів для випадку, коли СПОЖИВАЧА цікавлять одночасно такі важливі показники якості як точність управління і витрата енергії на управління.

Як відомо[3], для вирішення задач оптимального керування можуть бути використані такі методи як метод класичного варіаційного числення, принцип максимуму Понтрягіна, метод динамічного програмування, а також різні інтерпретації зазначених методів у вигляді методів математичного програмування.

1.1. Метод класичного варіаційного числення

Метод класичного варіаційного числення (МКВЧ) дозволяє вирішити загальну траєкторну задачу Больца і загальну задачу управління Лагранжа [5].

Метод класичного варіаційного числення шукає оптимальні рішення із множини стаціонарних рішень, які в свою чергу визначаються на основі необхідних умов функціоналів по змінним, що цікавлять. При цьому, якщо вихідна задача є задачею на умовний екстремум, то вона попередньо зводиться до задачі на безумовний екстремум на основі принципу Лагранжа.

У даній роботі наводиться аналіз МКВЧ стосовно вирішення загальної задачі управління Лагранжа, постановка якої має наступний вигляд:

$$\min_{u, x, t_1, t_2} \left\{ \int_{t_1}^{t_2} f_0(x, u, t) dt + l_0[x(t_1), x(t_2)] \right\} \left| \begin{array}{l} \dot{x}_i = \varphi_i(x, u, t), i = 1..n; (1.1) \\ g_i \leq 0, i = 1..m_1; (1.2) \\ g_i = 0, i = m_1 + 1..m, (1.3) \end{array} \right.$$

де $g_i = \int_{t_1}^{t_2} f_i(x, u, t) dt + l_i[x(t_1), x(t_2)]$, $i = 1 \dots n$, (1.1) – модель об'єкту, (1.2), (1.3) –

некласичні і класичні обмеження, l_0 – термінант критерію оптимальності, x, u – змінні стану об'єкту і його управління. У вказаній постановці всі функції, а саме f_i, l_i, x, u , передбачаються неперервними та диференційованими по своїм аргументам.

Метод класичного варіаційного числення знаходить оптимальні рішення з множини стаціонарних рішень із залученням достатніх умов екстремуму, наприклад, умов Вейерштрасса, або безпосередньою перевіркою стаціонарних рішень на екстремум. Останнє ж знаходиться на основі необхідних умов екстремуму функціоналів Лагранжа. Звідси впливає загальна методика рішення наведеної задачі:

1. На основі постановки задачі складається функціонал Лагранжа:

$$L = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=0}^m \left\{ \lambda_i f_i(x, u, t) + \sum_{i=1}^n \psi_i(t) [x_i - \varphi_i(x, u, t)] \right\} dt + \sum_{i=1}^m \lambda_i l_i[x(t_1), x(t_2)] =$$

$$= \int_{t_1}^{t_2} f(x, u, t) dt + l[x(t_1), x(t_2)]. \quad (1.4)$$

В (1.4) $\lambda[\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m]^T$, $\psi[\psi_1, \dots, \psi_n]^T$ – коефіцієнти і функції Лагранжа, які одночасно не можуть бути рівні нулю, а один із λ_i вибирається довільно. Як правило, вибирається λ_0 , і, як правило, одиниця, але не завжди.

На основі (1.4) вихідна задача приводиться до наступної задачі на безумовний екстремум:

$$\min_{x, u, t_1, t_2, \lambda, \psi} L(x, u, t_1, t_2, \lambda, \psi). \quad (1.5)$$

2. Складаються умови стаціонарності по L по змінним стану у вигляді системи рівнянь Єйлера-Лагранжа:

$$L_{x_j} = \frac{d}{dx_j} = 0 \Rightarrow f_{x_j} - \frac{df_{x_j}}{dt} = 0 \Rightarrow \dot{\psi}_j = \sum_{i=0}^m \lambda_i f_{ix_j}(x, u, t) - \sum_{i=1}^m \psi_i \varphi_{ix_j}(x, u, t), j = 1 \dots n, \quad (1.6)$$

які являють собою систему диференціальних рівнянь функцій Лагранжа $\psi_j(t)$.

3. Складаються умови трансверсальності на лівій та правій межах інтервалу управління:

$$f_{\dot{x}_j}(t_1) = l_{x_j(t_1)} \Rightarrow \psi_j(t_1) = l_{x_j(t_1)}, j = 1 \dots n, \quad (1.7)$$

$$f_{\dot{x}_j}(t_2) = -l_{x_j(t_2)} \Rightarrow \psi_j(t_2) = -l_{x_j(t_2)}, j = 1 \dots n, \quad (1.8)$$

які являють собою граничні умови функцій $\psi_j(t)$. Вони використовуються надалі для інтегрування системи диференціальних рівнянь об'єкту управління і функцій Лагранжа $\psi_j(t)$.

4. Складаються умови стаціонарності L по управлінню $u = [u_1 \dots u_r]^T$:

$$L_{u_j} = 0 \Rightarrow \sum_{i=0}^m \lambda_i f_{iu_j}(x, u, t) - \sum_{i=1}^m \psi_i \varphi_{iu_j}(x, u, t) = 0, j = 1 \dots r. \quad (1.9)$$

5. Складаються умови стаціонарності L по моментам часу t_1, t_2 :

$$L_{t_1} = 0 \Rightarrow -f[x(t_1), u(t_1), t_1] + l_{t_1} = 0, \quad (1.10)$$

$$L_{t_2} = 0 \Rightarrow -f[x(t_2), u(t_2), t_2] + l_{t_2} = 0. \quad (1.11)$$

6. Складаються умови доповнючої нежорсткості для некласичних обмежень (1.2):

$$\lambda_i g_i = 0, i = 1 \dots m_1. \quad (1.12)$$

7. Записуються умови невід'ємності коефіцієнтів Лагранжа:

$$\lambda_i \geq 0, i = 0 \dots m_1. \quad (1.13)$$

Спільним рішенням системи умов (1.1-3, 1.5-13) визначаються стаціонарні рішення:

$$\{x^c, u^c, t_1^c, t_2^c, \lambda^c, \psi^c\} \quad (1.14)$$

для функціоналу Лагранжу L . При цьому рішення вказаних умов виконується для двох випадків, а саме:

а) $\lambda_0 = 0$;

б) $\lambda_0 > 0$.

Якщо при $\lambda_0 = 0$ решта коефіцієнтів Лагранжа також рівна нулю, то цей випадок відкидається з розгляду.

8. Оптимальне рішення $\{x^*, u^*, t_1^*, t_2^*, \lambda^*, \psi^*\}$ для функціоналу Лагранжа L визначається із множини знайдених стаціонарних рішень (1.14). Рішення вихідної задачі при цьому являє собою четвірку $\{x^*, u^*, t_1^*, t_2^*\}$ знайденої шестірки $\{x^*, u^*, t_1^*, t_2^*, \lambda^*, \psi^*\}$.

Як правило, при використанні цього методу знайдене стаціонарне управління з умови стаціонарності функціоналу Лагранжа по керуванню підставляється в модель об'єкта керування, в результаті чого для визначення стаціонарних змінних стану і функції Лагранжа ψ отримаємо систему з $2n$ однорідних диференціальних рівнянь. Надалі стаціонарне управління визначається на основі математичної моделі об'єкта керування шляхом підставляння в неї знайдених стаціонарних змінних стану.

Основна складність вирішення задач оптимального управління за допомогою МКВЧ полягає в тому, що для визначення рішення систем

диференціальних рівнянь половина умов міститься на правій межі інтервалу управління.

Відзначимо також, що постановки задач управління, які вирішуються всіма варіаційними методами, на відміну від методу динамічного програмування, формулюються у вигляді одночасного пошуку оптимальних рішень і по управлінню, і по змінним стану. Цим частково приховується розуміння основної складності розв'язання задач, що складається в неминучості здійснення етапу їх «перегляду» з кінця інтервалу управління до його початку. З цією складністю пов'язана принципова неможливість вирішення задач оптимального управління непрогнозованими «з кінця» об'єктами.

1.2. Принцип максимуму Понтрягіна

Принцип максимуму Понтрягіна дозволяє вирішити так звану загальну задачу управління Понтрягіна, постановка якої має вигляд:

$$\min_{x,u,t_1,t_2} \left\{ \int_{t_1}^{t_2} f_0(x,u,t)dt + l_0[x(t_1),x(t_2)] \right\} \left| \begin{array}{l} \dot{x}_i = \varphi_i(x,u,t), i = 1..n; (1.15) \\ g_i \leq 0, i = 1..m_1; (1.16) \\ g_i = 0, i = m_1 + 1..m; (1.17) \\ u \in U^{KC}, (1.18) \end{array} \right.$$

де (1.16), (1.17) – некласичні та класичні обмеження, f_i, l_i, x – неперервні та диференційовані функції своїх аргументів, U^{KC} – множина кусково-неперервних функцій з обмеженим числом розривів першого роду, а складові g_i мають наступний вигляд:

$$g_i = \int_{t_1}^{t_2} f_i(x,u,t)dt + l_i[x(t_1),x(t_2)], i = 1..n. \quad (1.19)$$

Методика вирішення зазначеної задачі згідно з принципом максимуму має наступний вигляд:

1. Складається функціонал Лагранжа:

$$L = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=0}^m \left\{ \lambda_i f_i(x, u, t) + \sum_{i=1}^n \psi_i(t) [x_i - \varphi_i(x, u, t)] \right\} dt + \sum_{i=0}^m \lambda_i l_i[x(t_1), x(t_2)] = \int_{t_1}^{t_2} f(x, u, t) dt + l[x(t_1), x(t_2)] \quad (1.20)$$

2. Складаються умови стаціонарності L по x_j $L_{x_j} = \frac{d}{dx_j} = 0$:

$$f_{x_j} - \frac{df_{x_j}}{dt} = 0 \Rightarrow \dot{\psi}_j = \sum_{i=0}^m \lambda_i f_{ix_j}(x, u, t) - \sum_{i=1}^n \psi_i \varphi_{ix_j}(x, u, t), j = 1 \dots n. \quad (1.21)$$

3. Складаються умови трансверсальності на лівому та правому кінцях інтервалу управління:

$$f_{\dot{x}_j}(t_1) = l_{x_j(t_1)} \Rightarrow \psi_j(t_1) = l_{x_j(t_1)}, j = 1 \dots n, \quad (1.22)$$

$$f_{\dot{x}_j}(t_2) = -l_{x_j(t_2)} \Rightarrow \psi_j(t_2) = -l_{x_j(t_2)}, j = 1 \dots n, \quad (1.23)$$

4. Записуються умови оптимальності функціонала Лагранжа L по управлінню у вигляді:

а) або принципу мінімуму:

$$\min_{u_1, \dots, u_r} L(x^*, \lambda^*, \psi^*, u) = L(x^*, \lambda^*, \psi^*, u) \Rightarrow \min_{u_1, \dots, u_r} \left\{ \sum_{i=0}^m \lambda_i^* f_i(x^*, u, t) - \sum_{i=1}^n \psi_i^*(t) \varphi_i(x^*, u, t) \right\} = \sum_{i=0}^m \lambda_i^* f_i(x^*, u, t) - \sum_{i=1}^n \psi_i^*(t) \varphi_i(x^*, u, t). \quad (1.24)$$

б) або принципу максимуму Понтрягіна:

$$\max_{u_1, \dots, u_r} \left\{ \sum_{i=1}^n \psi_i^*(t) \varphi_i(x^*, u, t) - \sum_{i=0}^m \lambda_i^* f_i(x^*, u, t) \right\} = \sum_{i=1}^n \psi_i^*(t) \varphi_i(x^*, u, t) - \sum_{i=0}^m \lambda_i^* f_i(x^*, u, t). \quad (1.25)$$

Введемо в розгляд функцію Гамільтона H_Γ :

$$H_\Gamma = \sum_{i=0}^m \lambda_i^* f_i(x^*, u, t) - \sum_{i=1}^n \psi_i^*(t) \varphi_i(x^*, u, t), \quad (1.26)$$

при цьому принцип мінімуму формулюється в наступному вигляді:

$$\min_u H_\Gamma(x^*, \lambda^*, \psi_i^*, u) = H_\Gamma(x^*, \lambda^*, \psi_i^*, u^*), \quad (1.27)$$

$$H_\Gamma(x^*, \lambda^*, \psi_i^*, u^*) \leq H_\Gamma(x^*, \lambda^*, \psi_i^*, V), \quad (1.28)$$

де V — будь-яке управління, що належить області допустимих управлінь.

Введемо в розгляд функції Понтрягіна H_Π :

$$H_\Pi = \sum_{i=1}^n \psi_i^*(t) \varphi_i(x^*, u, t) - \sum_{i=0}^m \lambda_i^* f_i(x^*, u, t), \quad (1.29)$$

при цьому принцип максимуму формулюється в наступному вигляді:

$$\max_u H_\Pi(x^*, \lambda^*, \psi_i^*, u) = H_\Pi(x^*, \lambda^*, \psi_i^*, u^*), \quad (1.30)$$

$$H_\Pi(x^*, \lambda^*, \psi_i^*, u^*) \geq H_\Pi(x^*, \lambda^*, \psi_i^*, V), \quad (1.31)$$

де V — будь-яке управління, що належить області допустимих управлінь.

5. Складаються умови стаціонарності L по моментам часу t_1 і t_2 :

$$-f[x(t_1), u(t_1), t_1] + l_{t_1} = 0, \quad (1.32)$$

$$f[x(t_2), u(t_2), t_2] + l_{t_2} = 0. \quad (1.33)$$

6. Записуються умови доповнючої нежорсткості для некласичних обмежень:

$$\lambda_i g_i = 0, i = 1 \dots m_1. \quad (1.34)$$

7. Записуються умови невід'ємності коефіцієнтів Лагранжа:

$$\lambda_i \geq 0, i = 0 \dots m_1. \quad (1.35)$$

8. Для випадків $\lambda_0 = 0$ та $\lambda_0 \neq 0$ спільним рішенням системи умов (1.2, 1.32-35) визначаються стаціонарні рішення:

$$\{x^c, u^c, t_1^c, t_2^c, \lambda^c, \psi^c\}. \quad (1.36)$$

для функціоналу Лагранжа L . При цьому рішення вказаних умов виконується для двох випадків, а саме:

а) $\lambda_0 = 0$;

б) $\lambda_0 > 0$.

Якщо при $\lambda_0 = 0$ решта коефіцієнтів Лагранжа також рівна нулю, то цей випадок відкидається з розгляду.

9. Оптимальне рішення $\{x^*, u^*, t_1^*, t_2^*, \lambda^*, \psi^*\}$ для функціоналу Лагранжа L визначається із множини знайдених стаціонарних рішень (1.36). Рішення вихідної задачі при цьому являє собою четвірку $\{x^*, u^*, t_1^*, t_2^*\}$ знайденої шестірки $\{x^*, u^*, t_1^*, t_2^*, \lambda^*, \psi^*\}$.

При введенні в розгляд функції Понтрягіна модель об'єкта управління і функції Лагранжа можуть бути записані у вигляді відомої системи сполучених рівнянь:

$$\dot{x}_i = H_{\Pi \psi_i}, i = 1 \dots n, \dot{\psi}_i = -H_{\Pi x_i}, i = 1 \dots n. \quad (1.37)$$

Відмітимо, що всі варіаційні методи приводять до оптимального програмного управління $u^* = u^*(t)$. Для визначення рішення $u^* = u^*(x^*)$ задачі АКОР в отриманому програмному управлінні $u^* = u^*(t)$ необхідно виразити час у вигляді функції від змінних стану x .

Основна складність вирішення задачі оптимального управління за допомогою принципу максимуму також полягає в тому, що для вирішення системи диференціальних рівнянь (1.22) половина умов міститься на їх правій межі.

Порівняння методик вирішення завдань МКВЧ і ПМ показує, що вони відрізняються лише тим, що умова стаціонарності функціоналу Лагранжа по управлінню в МКВЧ у ПМ замінено на умову його оптимальності. Цей факт в деякій мірі викликає подив, чому самі розробники принципу максимуму не оприлюднили його [8]. Залишається гадати: або вони його не помітили, або не захотіли відзначити. Мабуть, такі великі математики як Ейлер, Лагранж та інші обмежилися створенням МКВЧ в такому вигляді, в якому він існує, так як задачами оптимального розривного керування об'єктами з пам'яттю в прикладному плані ніхто в той час не займався. Адже об'єкти з пам'яттю з точки зору варіацій їх траєкторій і функціоналів Лагранжа однаково реагують на диференціали норм керування на всьому інтервалі управління та диференціали енергії, сконцентровані в диференціалах часу. А це означає, що для таких об'єктів принцип максимуму негайно впливає з методу класичного варіаційного числення шляхом зняття обмеження безперервності управління та заміни умови стаціонарності функціоналу Лагранжа по управлінню на відповідну умову його оптимальності!

Необхідно також відзначити, що ПМ не доведений для будь-яких об'єктів, а саме для об'єктів, праві частини диференціальних рівнянь яких містять операції диференціювання. Об'єкти такого виду названі об'єктами загального виду. Для таких об'єктів, наприклад, для реально диференціюючих ланок голчасті варіації призводять до кінцевих змін траєкторій, які крім іншого

можуть виявитися неприпустимими згідно з їх постановками задач. Звідси випливає, що принцип максимуму для об'єктів загального виду не справедливий, по крайній мірі, не доведений. Значення принципу максимуму полягає в тому, що його поява дала імпульс для вирішення багатьох прикладних задач розривного оптимального управління.

1.3. Метод динамічного програмування

Метод динамічного програмування (МДП) дозволяє вирішити статичні і динамічні задачі оптимального управління [4].

Метод динамічного програмування заснований на відомому принципі оптимальності Беллмана, згідно з яким траєкторія, а значить і стратегія керування, на інтервалах управління, що залишились, повинна бути оптимальною з точки зору обраного критерію оптимальності. При цьому стратегія керування залежить від поточного стану об'єкта управління і абсолютно не залежить від більш далекої його передісторії.

Розкриття суті МДП в цьому розділі здійснюється на основі його дискретного варіанту розв'язання задачі оптимального управління, постановка якої має наступний вигляд:

$$\min_u \left\{ \int_{t_1}^{t_2} f_0(x, u, t) dt + l_0[x(t_2)] \right\} \left| \begin{array}{l} \dot{x} = \varphi(x, u, t), i = 1, \dots, n; \\ x(t_1) = x^1; x(t_2) = x^2; \\ u \in U. \end{array} \right. \quad (1.38)$$

Дискретний варіант задачі (1.38) має наступний вигляд:

$$\min_{u_0, \dots, u_{N-1}} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \bar{f}_0(x_k, u_k, k) + l_0(x_N) \right\} \left| \begin{array}{l} x_{k+1} = \bar{\varphi}(x_k, u_k, k); \\ x(t_1) = x_0, x(t_2) = x_N; \\ u \in U, \end{array} \right. \quad (1.39)$$

де

$$\bar{f}_0(x_k, u_k, k) = f_0(x_k, u_k, k)\Delta t, \quad (1.40)$$

$$\bar{\varphi}(x_k, u_k, k) = \varphi(x_k, u_k, k)\Delta t, \quad (1.41)$$

$$\Delta t = \frac{t_2 - t_1}{N}, \quad (1.42)$$

N – число підінтервалів дискретизації інтервалу управління $[t_1, t_2]$.

При цьому задача (1.39) являє собою N -мірну оптимізаційну задачу вибору оптимальних управлінь $u_0^*, u_1^*, \dots, u_{N-1}^*$.

Нехай якимось чином знайдені оптимальні управління $u_0^*, u_1^*, \dots, u_{N-2}^*$, в результаті чого об'єкт прийшов в стан x_{N-1}^* . Тоді для вирішення задачі залишається знайти оптимальне управління u_{N-1}^* на останньому інтервалі часі $[(N-1)\Delta t, N\Delta t]$. Згідно з принципом оптимальності воно має бути обране оптимально лиш з урахуванням останньої складової суми виразу (2.38) і термінанта, тобто стану x_{N-1}^* . Звідси слідує, що u_{N-1}^* повинно бути знайдене з умови мінімуму останнього члену I_{N-1} критерію якості I :

$$\begin{aligned} u_{N-1}^* &= \arg \left\{ \min_{u_{N-1} \in U} I_{N-1} \right\} = \arg \left\{ \min_{u_{N-1} \in U} [f_0(x_{N-1}^*, u_{N-1}, N-1) + l_0(x_N^*)] \right\} = \\ &= \min_{u_{N-1} \in U} \{f_0(x_{N-1}^*, u_{N-1}, N-1) + l_0(x_N^*)\}. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Значення x_N^* на основі моделі об'єкту управління дорівнює:

$$x_N^* = x_{N-1}^* + \bar{\varphi}(x_{N-1}^*, u_{N-1}, N-1). \quad (1.44)$$

З урахуванням цього задача (1.43) зводиться до вигляду:

$$\min_{u_{N-1} \in U} \{f_0(x_{N-1}^*, u_{N-1}) + l_0[x_{N-1}^*, \bar{\varphi}(x_{N-1}^*, u_{N-1})]\}. \quad (1.45)$$

Вирішуючи її, отримаємо u_{N-1}^* у вигляді залежності від x_{N-1}^* :

$$u_{N-1}^* = u_{N-1}^*(x_{N-1}^*). \quad (1.46)$$

Позначимо:

$$\min_{u_{N-1} \in U} I_{N-1} = S_{N-1}(x_{N-1}^*). \quad (1.47)$$

Введена функція $S_k = S_k(x_k^*)$ називається функцією Беллмана.

Згідно з (1.46) для визначення u_{N-1}^* необхідно знати x_{N-1}^* , яке невідомо.

Значення x_{N-1}^* може бути знайдене по моделі об'єкту наступним чином:

$$x_{N-1}^* = x_{N-2}^* + \bar{\varphi}(x_{N-2}^*, u_{N-2}). \quad (1.48)$$

Із (1.48) випливає, що необхідно зробити один крок назад, але при цьому згідно з принципом оптимальності необхідно знайти u_{N-2}^* , u_{N-1}^* , які відповідно до принципу оптимальності повинні бути визначені наступним чином:

$$\begin{aligned} u_{N-2}^*, u_{N-1}^* &= \arg \min_{u_{N-2}, u_{N-1} \in U} [f_0(x_{N-2}^*, u_{N-2}) + f_0(u_{N-1}) + f_0(x_{N-1}^*, u_{N-1}) + l_0(x_N^*)] = \\ &= \arg \min_{u_{N-1} \in U} [f_0(x_{N-2}^*, u_{N-2}) + S_{N-1}(x_{N-1}^*)] = \min_{u_{N-1} \in U} \{f_0(x_{N-2}^*, u_{N-2}) + S_{N-1}[x_{N-2}^* + \bar{\varphi}(x_{N-2}^*, u_{N-2})]\}. \end{aligned} \quad (1.49)$$

Звідси випливає, що на цьому кроці необхідно лише визначити u_{N-2}^* , яке відповідно до (1.49) буде мати вигляд:

$$u_{N-2}^* = \arg \min_{u_{N-2} \in U} [f_0(x_{N-2}^*, u_{N-2}) + S_{N-1}[x_{N-2}^* + \bar{\varphi}(x_{N-2}^*, u_{N-2})]] = u_{N-2}^*(x_{N-2}^*). \quad (1.50)$$

Позначимо:

$$S_{N-1}[x_{N-2}^* + \bar{\varphi}(x_{N-2}^*, u_{N-2})] = S_{N-2}(u_{N-2}). \quad (1.51)$$

Таким чином, для визначення u_{N-2}^* і $S_{N-2}(u_{N-2})$ необхідно знати x_{N-2}^* , яке невідоме. Для його визначення необхідно зробити ще один крок назад. Звідси слідує, що вказану ітераційну процедуру необхідно продовжити до відомого x_k . А це значення відомо лише при $k = 0$.

Таким чином, тільки після перегляду задачі з кінця інтервалу управління до його початку зможемо знайти конкретне значення оптимального управління:

$$u_0^* = u_0^*(x_0^*). \quad (1.52)$$

По $x_0 = x_0^*$, $u_0^*(x_0^*)$ і моделі об'єкту знайдемо x_1^* і так далі, знайдемо загальний алгоритм управління:

$$u_k^* = u_k^*(x_k^*). \quad (1.53)$$

Таким чином, процедура вирішення задач оптимального управління складається з двох етапів:

1. Етап «перегляду» задачі з кінця інтервалу управління до його початку. Цей етап дозволяє визначити алгоритм управління (1.53).

2. Етап реалізації алгоритму управління (1.53).

Як видно, МДП відразу призводить до вирішення задачі аналітичного конструювання регуляторів у вигляді системи оптимального управління із зворотним зв'язком по змінним стану. У цьому і полягає основна перевага методу динамічного програмування для вирішення задач оптимального управління перед варіаційними методами, тобто перед методом класичного варіаційного числення і принципом максимуму.

1.4. Аналіз методів синтезу регуляторів при квадратичних критеріях якості

У цьому під розділі розглядається лише аналіз синтезу оптимальних регуляторів за наявності повної інформації для вирішення задач квадратичного оптимального управління по змінним станам і управління, що відповідає загальному критерію якості вирішення таких задач.

Для вирішення задачі використовується векторно-матричний апарат. У данному випадку загальні постановки задачі синтезу оптимальних регуляторів мають наступний вигляд:

а) постановка і вирішення задач синтезу регулятора стану:

Задача керування стану при наявності повної інформації розглядається в наступній постановці:

$$\min_u 0.5 \left\{ \int_{t_1}^{t_2} x^T Q x + u^T R u + x^T(t_2) F(t_2) x(t_2) \right\} \left| \begin{array}{l} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \\ x(t_1) = x^0; \end{array} \right. \quad (1.54)$$

де A, B, C – матриці стану, входу і виходу відповідно.

Так як вказана задача має квадратичну постановку, то її методика розв'язання наступна:

1. На основі критерію оптимальності і моделі об'єкта управління складаємо функціональне рівняння Беллмана:

$$\begin{aligned} -S_i &= \min_u \{ 0.5(x^{*T} Q x^* + u^T R u) + S_x^T (A x^* + B u) \} = \\ &= \min_u \{ 0.5(x^{*T} Q x^* + u^T R u) + x^{*T} A^T S_x + u^T B^T S_x \}. \end{aligned} \quad (1.55)$$

2. Покажемо функцію Беллмана в квадратичній формі:

$$S(t) = \frac{1}{2} x^T K(t) x, \quad (1.56)$$

звідки знаходимо:

$$S_x = K(t)x, S_t = 0.5x^{*T} \dot{K}x^*, \quad (1.57)$$

3. Підставляємо (1.57) в (1.55):

$$\begin{aligned} -0.5x^{*T} \dot{K}x^* &= \min_u \{0.5(x^{*T} Qx^* + u^T Ru) + x^{*T} K^T (Ax^* + Bu)\} = \\ &= \min_u \{0.5(x^{*T} Qx^* + u^T Ru) + x^{*T} K^T Ax^* + u^T B^T Kx^*\}. \end{aligned} \quad (1.58)$$

4. На основі правої частини (1.58) визначаємо оптимальне управління:

$$\begin{aligned} u^* &= \arg \min_u \{0.5(x^{*T} Qx^* + u^T Ru) + x^{*T} K^T Ax^* + u^T B^T Kx^*\} = \arg \left\{ \frac{d}{du} [0.5u^T Ru + u^T B^T Kx^*] = 0 \right\} = \\ &= -R^{-1} B^T Kx^*. \end{aligned} \quad (1.59)$$

5. Підставляємо (1.59) в (1.58) і знаходимо диференціальне рівняння Беллмана:

$$-0.5x^{*T} \dot{K}x^* = 0.5x^{*T} Qx^* + 0.5x^{*T} K^T B R^{-1} R R^{-1} B^T Kx^* + x^{*T} A^T Kx^* - x^{*T} K^T B R^{-1} B^T Kx^*,$$

яке, з урахуванням симетричності матриці R , приймає вигляд:

$$-0.5x^{*T} \dot{K}x^* = 0.5x^{*T} Qx^* - 0.5x^{*T} K^T B R^{-1} R R^{-1} B^T Kx^* + x^{*T} A^T Kx^*. \quad (1.60)$$

6. Для забезпечення симетричності матриці K останній член виразу (1.60) покажемо наступним чином:

$$x^{*T} A^T K x^* = 0.5 x^{*T} A^T K x^* + 0.5 x^{*T} K^T A x^* = 0.5 x^{*T} A^T K x^* + 0.5 x^{*T} K A x^*. \quad (1.61)$$

7. Підставимо (1.61) в (1.60) і скоротимо його на $0.5 x^{*T}$ зліва і x^* справа, у результаті чого отримуємо диференціальне рівняння для матриці K :

$$\dot{K} = -A^T K - K A + K B R^{-1} B^T K - Q = -A^T K - K(A - B R^{-1} B^T K) - Q. \quad (1.62)$$

Отримане рівняння відноситься до виду матричних диференціальних рівнянь Ріккати.

8. Розв'язуємо рівняння (1.62) і знаходимо матрицю $K(t)$.

Рівняння (1.62) розв'язується в зворотньому часі при умові на правій межі:

$$K(t_2) = F(t_2). \quad (1.63)$$

Ця умова впливає з рівності функції Беллмана на правій межі інтервалу управління і термінанта критерію оптимальності:

$$S(t_2) = 0.5 x^T(t_2) K(t_2) x(t_2) = 0.5 x^T(t_2) F(t_2) x(t_2). \quad (1.64)$$

9. Підставляємо матрицю $K(t)$ в вираз (1.59) і остаточно знаходимо алгоритм оптимального управління зі зворотнім зв'язком по змінним стану:

$$u^* = -R^{-1} B^T K x^*. \quad (1.65)$$

б) постановка і розв'язок задачі синтезу регулятора виходу:

У роботі задача управління по виходу при наявності повної інформації розглядається в наступній постановці:

$$\min_u 0.5 \left\{ \int_{t_1}^{t_2} [\varepsilon^T Q \varepsilon + u^T R u] dt + \varepsilon^T(t_2) F(t_2) \varepsilon(t_2) \right\} \left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \\ y_{\delta}(t) = Cx_{\delta}(t), \\ x(t_1) = x^0; \end{array} \right. \quad (1.66)$$

де $\varepsilon = y - y_{\delta} = Cx - Cx_{\delta}$, y_{δ} – бажана вихідна величина об'єкту, A , B , C – матриці стану, входу виходу об'єкту відповідно, Q , R , F – матриці критерію якості.

1. Визначаємо гамільтоніан:

$$H(x, u, \lambda, t) = \varepsilon^T Q \varepsilon + u^T R u + \lambda^T(t) [Ax(t) + Bu(t)]. \quad (1.67)$$

2. Оптимальне управління визначаємо на основі принципу максимуму:

$$u(t) = -R^{-1} B^T \lambda(t). \quad (1.68)$$

Диференціальне рівняння для функції $\lambda(t)$ має наступний вигляд:

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = -\dot{\lambda} = C^T Q [Cx(t) - y_{\delta}(t)] + A^T \lambda(t). \quad (1.69)$$

3. При наявності граничної умови:

$$\lambda(t_2) = C^T F(t_2) [Cx(t_2) - y_{\delta}(t_2)]. \quad (1.70)$$

4. Щоб визначити управління по замкнутому контуру, припустимо, що:

$$\lambda(t) = Kx(t) - \xi(t). \quad (1.71)$$

5. Підставивши (1.71) в канонічне рівняння, отримуємо диференціальне рівняння Ріккати:

$$\dot{K} = -A^T K - KA + KBR^{-1}B^T K - C^T QC, \quad (1.72)$$

яке розв'язується при наступних умовах $K(t)$ на правій межі:

$$K(t_2) = C^T F(t_2) C. \quad (1.73)$$

6. Рівняння Ріккати додаткового впливу $\xi(t)$ приймає наступний вигляд:

$$\dot{\xi} = -[A - BR^{-1}B^T K]^T \xi - C^T Q y_o(t), \quad (1.74)$$

яке розв'язується при наступних умовах $\xi(t)$ на правій межі:

$$\xi(t_2) = C^T F(t_2) y_o(t_2). \quad (1.75)$$

7. Таким чином, закон оптимального управління буде виглядати наступним чином:

$$u(t) = -R^{-1}B^T [Kx(t) - \xi(t)]. \quad (1.76)$$

Висновки до розділу

1. Методи класичного варіаційного числення і принципу максимуму безпосередньо дозволяють вирішити тільки задачі оптимального програмного управління, в чому і полягає один з їх недоліків.
2. Основна складність застосування МКВЧ і ПМ для вирішення задач оптимального управління полягає в тому, що для визначення постійних інтегрування одна половина умов подається на лівій межі, а інша половина – на правій межі.
3. Метод динамічного програмування дозволяє відразу вирішити завдання аналітичного конструювання регуляторів, у чому й полягає його основна перевага перед варіаційними методами.
4. Спільним недоліком усіх розглянутих методів є те, що для розв'язання задачі оптимального управління для об'єкту порядку n , необхідно вирішити систему диференціальних рівнянь порядку $2n$.
5. Також, як правило, важко обрати оптимальні параметри критерію якості, які б задовольняли суперечливі вимоги СПОЖИВАЧА системи до змінних стану об'єкту управління та витрат енергії на управління.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Основне завдання магістерської дисертації відповідно до технічного завдання полягає у розробці та дослідженні методу визначення параметрів регулятора для вирішення задачі оптимального квадратичного по змінним стану та управління станом лінійного статичного об'єкта. Особливістю даного методу є те, що СПОЖИВАЧ матиме змогу обирати параметри регулятора самостійно, при яких його задовольнятимуть показники якості системи, а саме точність управління та витрати енергії на управління. При цьому йому не потрібно буде розв'язувати систему диференціальних рівнянь удвічі більшого порядку, ніж порядок обраного об'єкта управління.

2.1. Опис об'єкту управління

У даній роботі розглядаються лінійні стаціонарні об'єкти, які в залежності від порядку описуються наступним диференціальним рівнянням [6]:

$$\sum_{i=1}^n a_i p^i x(t) = bu(t), \quad (2.1)$$

$$p = \frac{d}{dt},$$

$deu(t)$ – управління об'єкту та $yu(t)$ – вихід об'єкту.

Такі об'єкти також описуються векторно-матричними моделями (ВММ), які мають наступний вигляд:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (2.2)$$

$$y = Cx, \quad (2.3)$$

де (2.2) – рівняння стану, (2.3) – рівняння виходу.

Для ВММ об'єктів найбільш вдалим є метод нормальних координат, скалярний вигляд якого для диференціального рівняння (2.1):

$$y = x_1, \quad (2.4)$$

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (2.5)$$

...

$$\dot{x}_n = -a_0 x_1 - a_1 x_2 - \dots - a_{n-1} x_n, \quad (2.6)$$

де (2.4) – рівняння виходу, (2.5) та (2.6) – рівняння стану.

Звідси випливає, що векторно-матрична модель, розглянутого об'єкту, матиме наступний вигляд:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \end{bmatrix} u, \quad (2.7)$$

$$y = [1 \quad 0]x. \quad (2.8)$$

Структурна схема об'єкту наведена в Додатку Б, де матриці А та В мають наступний вигляд:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \end{bmatrix}.$$

Конкретні значення параметрів вказаних матриць будуть вибрані на етапі експериментальних досліджень.

2.2. Постановка задачі оптимального управління

Згідно з завданням і векторно-матричної моделі об'єкта задача оптимального квадратичного управління розглянута в наступній постановці:

$$\min_u \left\{ \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \right\} \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, (2.9) \\ y = [1 \quad 0]x, u \in U_0, (2.10) \\ x(0) = x_0, x(\infty) = 0, (2.11) \end{cases}$$

де Q – матриця, що враховує вимоги до точності управління, R – матриця, що враховує витрати енергії на управління, U_0 – відкрита множина управлінь; (2.9) – модель об'єкту, (2.10) – управління виходу об'єкта, (2.11) – обмеження.

Для нашого випадку постановка задачі, з врахування скалярності управління, приймає наступний вигляд:

$$\min_u \left\{ \int_0^\infty (x^T \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix} x + Ru^2) dt \left| \begin{array}{l} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u, \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x, u \in U_0, \\ x(0) = x_0, x(\infty) = 0; \end{array} \right. \right\}. \quad (2.12)$$

Висновки до розділу

1. Постановки задач оптимального управління у загальному вигляді та їх вирішення при непрямих критеріях якості дозволяють синтезувати лише структуру оптимальних регуляторів.

2. При використанні непрямих, в тому числі і квадратичних критеріїв якості, відразу безпосередньо не можуть бути сформульовані постановки задач оптимального управління.

3. Компромісні рішення можуть бути обрані самими СПОЖИВАЧАМИ систем оптимального управління.

4. Значення параметрів критеріїв якості, а значить і алгоритмів управління можуть бути отримані компромісно спільно з СПОЖИВАЧАМИ систем тільки після рішення задач оптимального управління, сформульованих на основі конкретних моделей об'єктів і обмежень та загального вигляду критеріїв якості.

3. РОЗРОБКА МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ОПТИМАЛЬНИХ РЕГУЛЯТОРІВ

Як правило [2], при формалізації задач оптимального управління найбільші складнощі виникають на етапі формалізації критеріїв якості. Це обумовлено тим, що до критеріїв якості висуваються дві суперечливі вимоги, а саме, вимога адекватності і вимога конструктивності. Вимога адекватності полягає в тому, що математична модель, яка використовується як критерій, повинна адекватно відображати вихідні змістовні вимоги СПОЖИВАЧА системи управління до якості управління. Вимога конструктивності пов'язана з тим, що математична модель критерію повинна дозволити на її основі отримати аналітичне рішення.

Практика вирішення задач оптимального управління показує, що завдання конструювання або вибору математичних моделей критеріїв якості, одночасно задовольняють зазначеним вимогам, є досить складними. Наприклад, якщо вимоги СПОЖИВАЧА системи зводяться до одночасного задоволення необхідних точності і швидкодії процесу управління, то в загальному випадку досі не синтезовані відповідні адекватні і конструктивні критерії, хоча зазначені вимоги у багатьох випадках є природними з погляду СПОЖИВАЧА.

3.1. Визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі знаходження параметрів критеріїв оптимальності

Метод динамічного програмування по суті дозволяє визначити лише структуру оптимального регулятора, який має наступний вигляд:

$$u^*(t) = -R^{-1}B^TKx^*(t). \quad (3.1)$$

При цьому матриця K має наступний вигляд:

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Матриця підсилення регулятора K , з огляду на те, що верхня межа інтегрування в критерії якості дорівнює безкінечності, знаходиться вирішенням алгебраїчного рівняння Ріккати, яке має наступний вигляд:

$$KBR^{-1}B^TK - KA - A^TK - Q = 0. \quad (3.3)$$

Коефіцієнти матриці K залежать від параметрів постановки задачі, зокрема від параметрів матриць Q і R критерію якості, тобто:

$$k_{ij} = k_{ij}(q_1, q_2, R). \quad (3.4)$$

Оскільки відразу при постановці завдання вказані параметри критерію якості не можуть бути визначені, то і коефіцієнти матриці підсилення регулятора також не можуть бути визначені. Вони знаходяться тільки після визначення параметрів критерію якості.

Так як критерій якості може бути нормований відносно будь-якого числа, в тому числі і одного з параметрів критерію якості, то фактично вираз (3.4) при нормуванні, наприклад, відносно q_2 , прийме наступний вигляд:

$$k_{ij} = k_{ij}(q, r),$$

$$\text{де } q = \frac{q_1}{q_2}, r = \frac{R}{q_2}.$$

Таким чином, задача визначення необхідних коефіцієнтів регулятора являють собою двовимірну задачу відносно q і r , що задовольняють вимоги СПОЖИВАЧА до ступеня точності і витрат енергії на управління.

Згідно з прийнятим критерієм оптимальності ступінь точності управління і витрата енергії оцінюються наступними виразами відповідно:

$$I_{x_i} = \int_0^{\infty} x_i^2 dt, I_u = \int_0^{\infty} u^2 dt, \quad (3.5)$$

Очевидно, що отримані вирази I_{x_i} та I_u залежать від параметрів критерію якості q та r , тобто $I_{x_i} = I_{x_i}(q, r)$, $I_u = I_u(q, r)$.

Задача визначення задовільних параметрів q та r може бути вирішена наступним чином:

1. Побудуємо графік залежностей показників якості (3.5) від деякого параметру, наприклад, r (рис.3.1.)

Припустимо, що витрати енергії СПОЖИВАЧА обмежені $I_u \leq I_u^0$. Тоді при цьому регулятор дозволить забезпечити точність, обмежену $I_x = I_x(I_u^0)$.

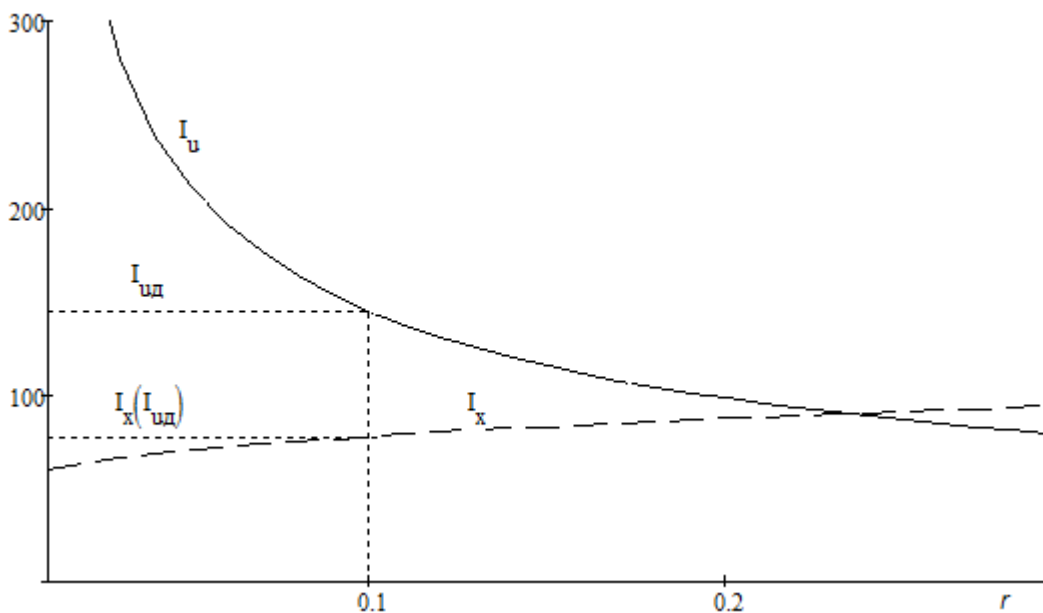


Рис.3.1. Графік залежності інтегральних критеріїв якості I_{x_i} , I_u від r
(суцільна і пунктирна лінії відповідно)

На рис.3.1. видно, що СПОЖИВАЧ бажає, щоб витрати енергії на управління не перевищували $I_u^o = 145$ одиниць. При цьому отримуємо точність управління $I_x = 80$ одиниць.

2. Побудуємо графік залежностей показників якості (3.5) від параметру q (рис.3.2.).

Припустимо, що СПОЖИВАЧУ потрібна точність обмежена $I_x \leq I_x^o$. При цьому, як витікає з графіка, він має бути готовим до витрати енергії $I_u = I_u(I_x^o)$.

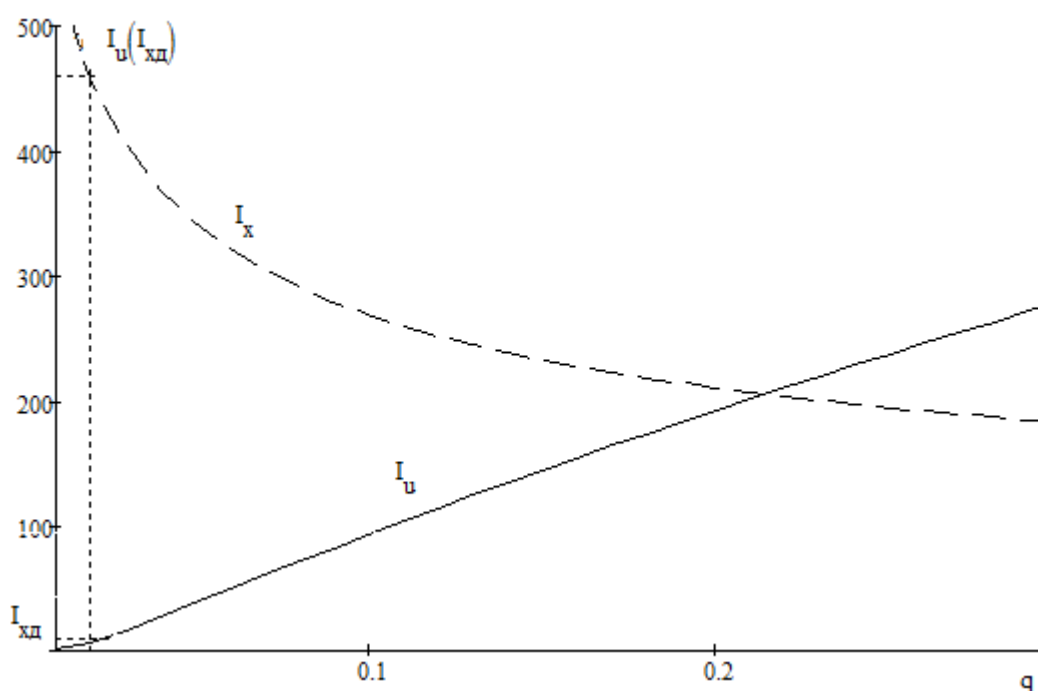


Рис.3.2. Графік залежності інтегральних критеріїв якості I_{x_1} , I_u від q (суцільна і пунктирна лінії відповідно)

На рис.3.2. показаний момент, коли СПОЖИВАЧ бажає, щоб точність управління дорівнювала $I_x^o = 8$ одиниць. Тоді витрати енергії на управління $I_u = 460$ одиниць.

3. У випадку, коли СПОЖИВАЧА не влаштовують розв'язки задачі, то для отримання бажаного результату необхідно змінити сам об'єкт управління.

3.2. Визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі оптимуму частинних показників якості

Розглянемо даний метод на основі об'єкту першого порядку по управлінню в наступній постановці:

$$u^*(x) = \arg \left\{ \min_u \int_0^\infty (x^T Q x + r u^2) dt \left| \begin{array}{l} \dot{x} = Ax + Bu, \\ x(0) = x_0. \end{array} \right. \right\}, \quad (3.6)$$

де x – вектор змінних стану, u – керуючий вплив, Q – матриця, що враховує вимоги до змінних стану, r – параметр, що враховує вимоги до витрат енергії на управління, A – матриця стану об'єкту, B – матриця управління. При цьому необхідно знайти алгоритм замкнутого управління:

$$u^*(x) = K^*(x), \quad (3.7)$$

що забезпечує вимоги СПОЖИВАЧА до змінних стану та витрат енергії на управління.

Так як структура алгоритму управління відома, її можна визначити методом динамічного програмування, і вона є лінійною (3.1). У виразі (3.1) K – матриця Ріккаті, яку можна знайти за допомогою виразу (3.3).

То процедура вирішення задачі може звести до наступних кроків:

- 1) Алгоритм управління з врахуванням його лінійності по змінним стану має вигляд:

$$u(x) = Kx. \quad (3.8)$$

де матриця K має рядковий вигляд $K = [k_1 \quad \dots \quad k_n]$.

- 2) Представлене у вигляді (3.8) управління підставляємо у рівняння стану об'єкту $\dot{x} = Ax + Bu$, після чого воно приймає вигляд:

$$\dot{x} - (A - BK)x = 0. \quad (3.9)$$

- 3) Знаходимо x векторно-матричної моделі (3.9).
 4) Підставимо знайдене рішення x в критерій якості задачі (3.6), у результаті чого він матиме наступний вигляд:

$$I = \int_0^{\infty} (x^T Q x + r u^2) dt = \int_0^{\infty} (x^T Q x + r u^T u) dt = \int_0^{\infty} (x^T Q x + r x^T K^T K x) dt. \quad (3.10)$$

- 5) Визначаємо значення інтегрального виразу (3.10), яке матиме вигляд функції від коефіцієнтів $k_1, \dots, k_n$:

$$I = I(k_1, \dots, k_n). \quad (3.11)$$

- 6) Оптимальне значення $k_1^*, \dots, k_n^*$ коефіцієнтів $k_1, \dots, k_n$ визначаємо з умови мінімуму знайденого інтегралу (3.11):

$$(k_1^*, \dots, k_n^*) = \arg \left\{ \min_{k_1, \dots, k_n} I(k_1, \dots, k_n) \right\} = \arg \left\{ \frac{d}{dk_i} I(k_1, \dots, k_n) \right\}, i = 1, \dots, n. \quad (3.12)$$

Таким чином, процедура вирішення задачі оптимального управління (3.6) на основі запропонованого підходу пов'язана з вирішенням n диференціальних рівнянь об'єкта управління (3.9), визначенням інтеграла (3.10), рішенням n алгебраїчних рівнянь (3.12), що, як правило, простіше, ніж рішення $2n$ диференціальних рівнянь, на основі яких надалі визначається алгоритм управління.

Необхідно відзначити, що наведений підхід, як і будь-які класичні, дозволяє отримати остаточне рішення задачі управління лише у випадку, коли задача СПОЖИВАЧА системи формалізована адекватно.

Остаточне рішення задачі (3.6) може бути отримано спільно СПОЖИВАЧЕМ системи і його РОЗРОБНИКОМ після формального рішення задачі. При використанні існуючих методів формальне рішення дозволяє вибрати коефіцієнти матриці алгоритму управління (3.3) або коефіцієнти матриць Q і R критерію якості, на основі яких згодом визначаються коефіцієнти матриці алгоритму управління. При використанні ж запропонованого підходу синтезу алгоритму управління компромісне рішення може бути отримано без необхідності визначення коефіцієнтів матриць Q і R критерію якості.

3.3. Визначення оптимальних параметрів регуляторів методом динамічного програмування

Розглянемо один із класичних методів розв'язання поставленої задачі – метод динамічного програмування.

Для цього необхідно вирішити матричне диференціальне рівняння Ріккати, яке було виведено в розділі 1 даної магістерської дисертації:

$$\dot{K} = KBR^{-1}B^TK - KA - A^TK - Q. \quad (3.14)$$

Після розв'язку рівняння (3.14) знаходимо матрицю $K(t)$.

За методом динамічного програмування оптимальне управління знаходиться за формулою:

$$u^*(t) = -R^{-1}B^TKx^*(t). \quad (3.15)$$

Структурна схема системи оптимального управління станом із алгоритмом (3.15) наведена в Додатку Г.

Підставляємо матрицю K в рівняння (3.15):

$$u^*(t) = -\frac{1}{R} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^*(t) \\ x_2^*(t) \end{bmatrix} = -\frac{1}{R} [k_{12}x_1^*(t) + k_{22}x_2^*(t)]. \quad (3.16)$$

З рівняння (3.16) видно, що для знаходження оптимального управління нам не потрібні всі елементи матриці K , а тільки k_{12} та k_{22} .

Рівняння (3.14) розв'язується в зворотньому часі при умові на правій межі:

$$K(t_2) = F(t_2). \quad (3.17)$$

Так як термінант відсутній, то $K(t_2) = 0$ ($\dot{K} = 0$). При цьому рівняння (3.14) має вигляд:

$$KBR^{-1}B^TK - KA - A^TK - Q = 0. \quad (3.18)$$

Для знаходження матриці K розв'яжемо рівняння (3.18):

$$\begin{aligned} KBR^{-1}B^TK &= \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bk_{12} \\ bk_{22} \end{bmatrix} \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 0 & b^2k_{12} \\ 0 & b^2k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{bmatrix} = \frac{b^2}{R} \begin{bmatrix} k_{12}^2 & k_{12}k_{22} \\ k_{12}k_{22} & k_{22}^2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

$$KA = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_0k_{12} & k_{11} - a_1k_{12} \\ -a_0k_{22} & k_{12} - a_1k_{22} \end{bmatrix}.$$

$$A^TK = \begin{bmatrix} 0 & -a_0 \\ 1 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_0k_{12} & -a_0k_{22} \\ k_{11} - a_1k_{12} & k_{12} - a_1k_{22} \end{bmatrix}.$$

$$\begin{aligned}
KBR^{-1}B^TK - KA &= \begin{bmatrix} \frac{b^2}{R}k_{12}^2 & \frac{b^2}{R}k_{12}k_{22} \\ \frac{b^2}{R}k_{12}k_{22} & \frac{b^2}{R}k_{22}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -a_0k_{12} & k_{11} - a_1k_{12} \\ -a_0k_{22} & k_{12} - a_1k_{22} \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} \frac{b^2}{R}k_{12}^2 + a_0k_{12} & \frac{b^2}{R}k_{12}k_{22} - k_{11} + a_1k_{12} \\ \frac{b^2}{R}k_{12}k_{22} + a_0k_{22} & \frac{b^2}{R}k_{22}^2 - k_{12} + a_1k_{22} \end{bmatrix}. \\
KBR^{-1}B^TK - KA - A^TK &= \begin{bmatrix} \frac{b^2}{R}k_{12}^2 + a_0k_{12} & \frac{b^2}{R}k_{12}k_{22} - k_{11} + a_1k_{12} \\ \frac{b^2}{R}k_{12}k_{22} + a_0k_{22} & \frac{b^2}{R}k_{22}^2 - k_{12} + a_1k_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -a_0k_{12} & -a_0k_{22} \\ k_{11} - a_1k_{12} & k_{12} - a_1k_{22} \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} \frac{b^2}{R}k_{12}^2 + 2a_0k_{12} & \frac{b^2}{R}k_{12}k_{22} - k_{11} + a_1k_{12} + a_0k_{22} \\ \frac{b^2}{R}k_{12}k_{22} + a_0k_{22} - k_{11} + a_1k_{22} & \frac{b^2}{R}k_{22}^2 - 2k_{12} + 2a_1k_{22} \end{bmatrix}. \\
KBR^{-1}B^TK - KA - A^TK - Q &= \begin{bmatrix} \frac{b^2}{R}k_{12}^2 + 2a_0k_{12} & \frac{b^2}{R}k_{12}k_{22} - k_{11} + a_1k_{12} + a_0k_{22} \\ \frac{b^2}{R}k_{12}k_{22} + a_0k_{22} - k_{11} + a_1k_{22} & \frac{b^2}{R}k_{22}^2 - 2k_{12} + 2a_1k_{22} \end{bmatrix} - \\
&- \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{b^2}{R}k_{12}^2 + 2a_0k_{12} - q_1 & \frac{b^2}{R}k_{12}k_{22} - k_{11} + a_1k_{12} + a_0k_{22} \\ \frac{b^2}{R}k_{12}k_{22} + a_0k_{22} - k_{11} + a_1k_{22} & \frac{b^2}{R}k_{22}^2 - 2k_{12} + 2a_1k_{22} - q_2 \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Так як $KBR^{-1}B^TK - KA - A^TK - Q = 0$, то кожний елемент матриці $KBR^{-1}B^TK - KA - A^TK - Q$ дорівнює 0. Отримуємо систему із 3 рівнянь (так як 2 з 4 елементів матриці рівні) з 3 невідомими (k_{11} , k_{12} і k_{22}):

$$\begin{cases} \frac{b^2}{R}k_{12}^2 + 2a_0 - q_1 = 0, \\ \frac{b^2}{R}k_{12}k_{22} - k_{11} + a_1k_{12} + a_0k_{22} = 0, \\ \frac{b^2}{R}k_{22}^2 - 2k_{12} + 2a_1k_{22} - q_2 = 0. \end{cases} \quad (3.19)$$

Значення параметрів b , R , a_0 , a_1 , q_1 , q_2 дані в умові задачі. Тому для знаходження елементів матриці K необхідно вирішити систему рівнянь (3.19). при цьому друге рівняння з даної системи можна не враховувати так, як для знаходження оптимального управління нам не потрібен елемент k_{11} матриці K .

Знайдемо з першого рівняння системи (3.19) k_{12} :

$$k_{12} = \frac{-2a_0 \pm \sqrt{4a_0^2 + 4\frac{b^2}{R}q_1}}{2\frac{b^2}{R}} = \frac{-a_0R \pm \sqrt{a_0^2R^2 + b^2Rq_1}}{b^2}. \quad (3.20)$$

Знайдемо k_{22} з третього рівняння системи (3.19), враховуючи, що k_{12} відомо:

$$k_{22} = \frac{-2a_1 \pm \sqrt{4a_1^2 + 4\frac{b^2}{R}(2k_{12} + q_2)}}{2\frac{b^2}{R}} = \frac{-a_1R \pm \sqrt{a_1^2R^2 + 2b^2Rk_{12} + b^2Rq_2}}{b^2}. \quad (3.21)$$

Знайдене k_{12} підставляємо в k_{22} :

$$\begin{aligned} k_{22} &= \frac{-a_1R \pm \sqrt{a_1^2R^2 + 2b^2R \frac{-a_0R \pm \sqrt{a_0^2R^2 + b^2Rq_1}}{b^2} + b^2Rq_2}}{b^2} = \\ &= \frac{-a_1R \pm \sqrt{a_1^2R^2 + b^2Rq_2 - 2R(a_0R \mp \sqrt{a_0^2R^2 + b^2Rq_1})}}{b^2}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Для знаходження оптимального управління, необхідно рівняння (3.20, 3.22) підставити в рівняння (3.16).

3.4. Визначення компромісних значень параметрів регуляторів

СПОЖИВАЧ може вказувати додаткові обмеження у вигляді, наприклад, обмежень на витрати енергії на управління або на якісь управління змінними стану [7]. Тоді компромісні рішення вихідної задачі, які б задовольняли вимоги СПОЖИВАЧА системи, якщо вони існують, можуть бути знайдені:

1) На основі виразів критеріїв якості системи:

$$I_x = \int_0^{\infty} x_i^2 dt, i = 1, \dots, l, \quad (3.23)$$

$$I_u = \int_0^{\infty} u^2 dt. \quad (3.24)$$

Після представлення алгоритму у вигляді (3.8), його підстановки в рівняння стану об'єкту управління, інтегрування останнього, підстановки змінних стану у вирази (3.23-24), вони перетворюють у функції від параметрів алгоритму управління $k_1, \dots, k_n$, параметрів матриць A, B рівняння стану об'єкта і початкових умов, тобто:

$$I_i = I_i(k_1, \dots, k_n, a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m, x_0), i = 1, \dots, l, \quad (3.23)$$

$$I_u = I_u(k_1, \dots, k_n, a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m, x_0). \quad (3.24)$$

2) На основі графічної інтерпретації критеріїв якості системи (3.23-24).

На рис. 3.3. наведені залежності частинних критеріїв I_x та I_u від коефіцієнта підсилення алгоритму управління (3.7) для об'єкту 1-го порядку. Так припустимо, що витрати енергії СПОЖИВАЧА на управління обмежені $I_u \leq I_u^0$. При цьому регулятор забезпечить обмежену точність $I_x = I_x(I_u^0)$.

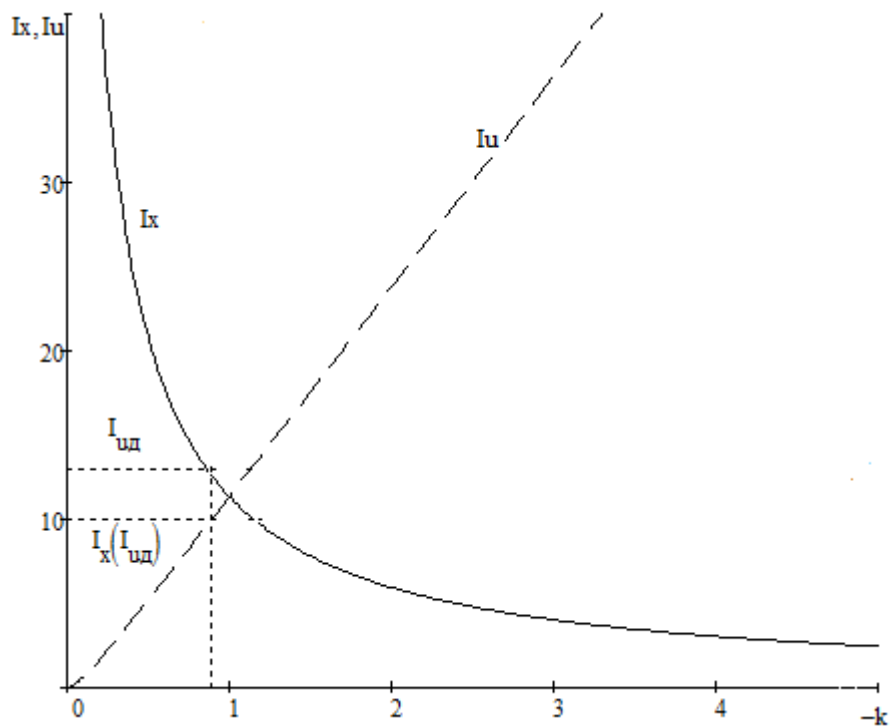


Рис.3.3. Графік залежностей частинних критерії I_x та I_u від коефіцієнту підсилення k алгоритму управління з обмеженням витрат енергії на управління

На рис. 3.3. видно, що СПОЖИВАЧ бажає, щоб витрати енергії на управління не перевищували $I_u^0 = 13$ одиниць. При цьому отримаємо точність управління $I_x = 10$ одиниць.

У разі, якщо СПОЖИВАЧУ необхідна обмежена точність $I_x \leq I_x^0$. При цьому він має бути готовим до витрат енергії $I_u = I_u(I_x^0)$.

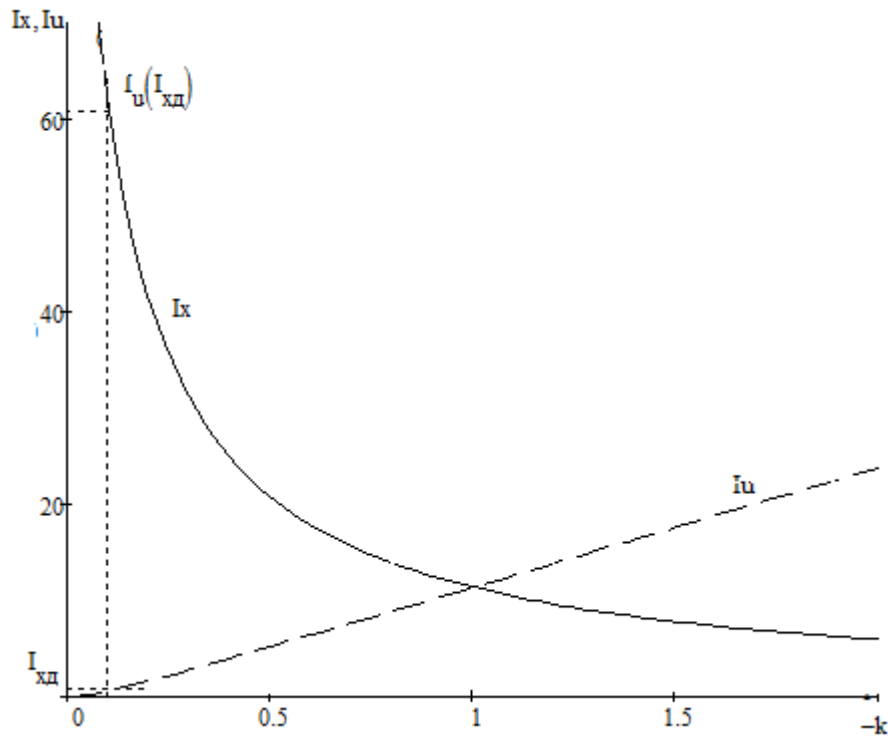


Рис. 3.4. Графіки залежностей частинних критеріїв I_x та I_u від коефіцієнту підсилення k алгоритму управління з обмеженням точності управління

На рис. 3.4. показаний випадок, коли СПОЖИВАЧ бажає, щоб точність управління дорівнювала $I_x^o = 0.8$ одиниць. Тоді витрати енергії на управління $I_u = 61$ одиниця.

3) У вигляді узгодження рішень відповідних задач на умовний екстремум, в яких в якості умов виступає обмеження на витрати енергії на управління.

У таких випадках задачі управління мають формалізуватись у вигляді відповідних задач на умовний екстремум. Наприклад, нехай СПОЖИВАЧ системи вкаже обмеження на витрати енергії на управління $E \leq E_{don}$. У цьому випадку формалізована постановка задачі управління приймає наступний вигляд:

$$u^*(x) = \arg \left\{ \min_u \int_0^\infty (x^T Q x + r u^2) dt \left| \begin{array}{l} \dot{x} = Ax + Bu, \\ x(0) = x_0, \\ E \leq E_{don}. \end{array} \right. \right\}. \quad (3.25)$$

При використанні запропонованого методу в попередньому підрозділі (метод визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі оптимуму частинних показників якості) рішення задачі управління виразу (3.25) зводиться до вигляду:

$$u^*(x) = \arg \left\{ \min_u \int_0^\infty (x^T Q x) dt \left| \begin{array}{l} \dot{x} = Ax + Bx^T K^T K x, \\ x(0) = x_0, \\ \int_0^\infty x^T K^T K x \leq E_{don}. \end{array} \right. \right\}. \quad (3.26)$$

Отримана задача в подальшому може бути вирішена розробленим методом. При цьому коефіцієнти алгоритму управління (3.7) $k_1^*, \dots, k_n^*$ визначаються рішенням наступної задачі на умовний екстремум:

$$(k_1^*, \dots, k_n^*) = \arg \left\{ \min_{k_1, \dots, k_n} I(k_1, \dots, k_n, x) \mid I_E(k_1, \dots, k_n) \leq E_{don} \right\}, \quad (3.27)$$

де $I(k_1, \dots, k_n, x) = \int_0^\infty x^T Q x dt$, $I_E(k_1, \dots, k_n) = \int_0^\infty x^T K^T K x dt$.

Висновки до розділу

1. При формалізації задач оптимального управління найбільші складнощі виникають на етапі формалізації критеріїв якості. Це обумовлено тим, що до критеріїв якості висуваються дві суперечливі вимоги, а саме, вимога адекватності і вимога конструктивності.
2. Метод динамічного програмування дозволяє відразу вирішити завдання аналітичного конструювання регуляторів, але при розв'язанні задачі оптимального управління цим методом для об'єкту порядку n , необхідно вирішити диференціальні рівняння порядку $2n$.
3. Метод визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі знаходження параметрів критеріїв оптимальності спрощує вирішення задачі, але при цьому необхідно спочатку знайти параметри критерію якості, а потім оптимальні параметри регулятора.
4. Метод визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі оптимуму частинних показників якості дає змогу СПОЖИВАЧУ самостійно обрати параметри критерію якості, які б його задовольняли.
5. Також запропонований метод визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі оптимуму частинних показників якості відразу знаходить оптимальні параметри регулятора управління.
6. Запропонований підхід синтезу алгоритмів регуляторів для вирішення задач квадратичного по змінним стану і витратам енергії дозволяє в два рази зменшити порядок загальної системи диференціальних рівнянь стандартних процедур рішення задач оптимального управління і звести його до розмірності об'єкту управління.
7. Процес рішення подібних задач на умовний екстремум полегшується при використанні методу визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі оптимуму частинних показників якості.

4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Даний розділ магістерської дисертації присвячений виконанню та представленню результатів експериментальних досліджень теоретичних результатів, отриманих в результаті комп'ютерного моделювання.

4.1. Вибір об'єктів для експериментальних досліджень

Для виконання експериментальних досліджень в якості об'єкту управління були обрані динамічний об'єкт першого та другого порядків.

Динамічний об'єкт першого порядку описується наступним диференціальним рівнянням:

$$\dot{x}(t) + ax(t) = bu(t), \quad (4.1)$$

де $a = 0,1$ та $b = 1$.

При цьому постановка задачі має наступний вигляд:

$$u^*(x) = \arg \left\{ \min_u \int_0^\infty (qx^2 + u^2) dt \left| \begin{array}{l} \dot{x} + ax = bu, (4.2) \\ x(0) = x_0, (4.3) \\ x(\infty) = 0. (4.4) \end{array} \right. \right\}, \quad (4.5)$$

де (4.2) – рівняння об'єкту управління, (4.3)-(4.4) – обмеження.

Необхідно знайти алгоритм замкнутого управління:

$$u^*(x) = K^* x, \quad (4.6)$$

що забезпечує вимоги СПОЖИВАЧА системи до змінних стану і витрат енергії на управління.

Результат моделювання об'єкту управління першого порядку, а саме змінна стану $x(t)$, наведений на рис.4.1.

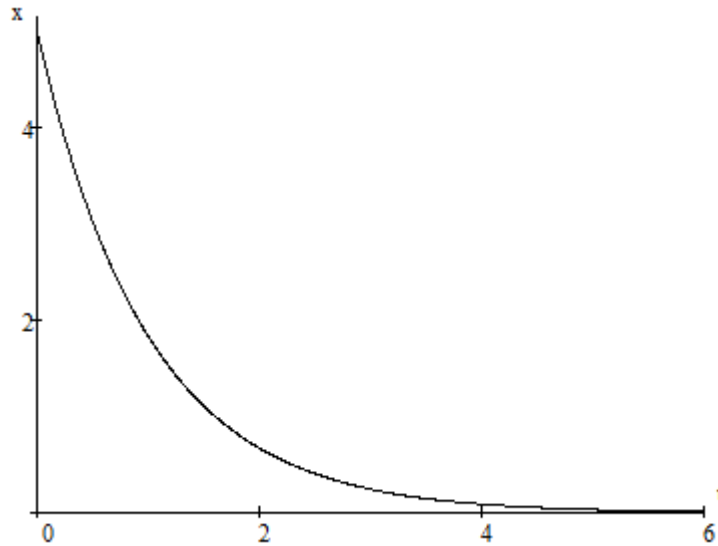


Рис.4.1. Графік моделювання динамічного об'єкту управління першого порядку

Також для наочності буде розглянутий динамічний об'єкт другого порядку, який описується наступним диференціальним рівнянням:

$$\ddot{x}(t) + a_1 \dot{x}(t) + a_0 x(t) = bu(t), \quad (4.7)$$

де $a_0 = 1$, $a_1 = 0,1$ та $b = 1$.

При цьому постановка задачі має наступний вигляд:

$$u^*(x) = \arg \left\{ \min_u \int_0^\infty (x^T Q z + r u^2) dt \left| \begin{array}{l} \dot{x} = Ax + Bu, (4.8) \\ x(0) = x_0, (4.9) \\ \dot{x}(0) = 0. (4.10) \end{array} \right. \right\}, \quad (4.11)$$

де (4.8) – рівняння об'єкту управління, (4.9)-(4.10) – обмеження.

Необхідно знайти алгоритм замкнутого управління:

$$u^*(x) = k_1^* x + k_2^* \dot{x}, \quad (4.12)$$

що забезпечує вимоги СПОЖИВАЧА системи до змінних стану і витрат енергії на управління.

Результат моделювання об'єкту управління другого порядку, а саме змінні стану $x_1(t)$ і $x_2(t)$ при входньому впливі $u(t) = 1(t)$, наведений на рис.4.2.

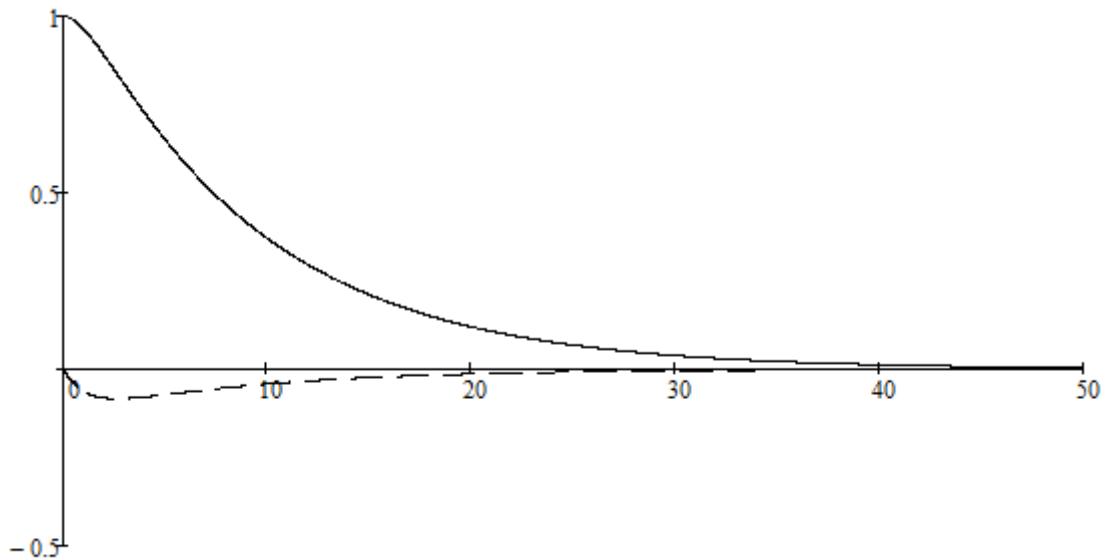


Рис.4.2. Графік моделювання динамічного об'єкту управління другого порядку (суцільна лінія – перша змінна стану, пунктирна – друга змінна стану).

4.2. Визначення частинних критеріїв якості

Кінцеве компромісне рішення задачі може бути отримане спільно СПОЖИВАЧЕМ та РОЗРОБНИКОМ системи. Так РОЗРОБНИК системи надає СПОЖИВАЧУ залежності частинних критеріїв якості змінних стану та витрат енергії на управління у вигляді:

$$I_x = \int_0^{\infty} x_i^2 dt, i = 1 \dots l, \quad (4.13)$$

$$I_u = \int_0^{\infty} u^2 dt. \quad (4.14)$$

На основі цих частинних критерії СПОЖИВАЧ сам може обрати коефіцієнт підсилення регулятора (3.7), який би його влаштовував.

Для прийняття остаточного рішення СПОЖИВАЧЕМ буде зручніше, якщо вирази (4.13)-(4.14) будуть представлені у графічному вигляді.

З отриманого впливає важливий висновок для РОЗРОБНИКА системи, а саме, що при запропонованому підході оптимальне рішення задачі інваріантне до параметрів матриць Q і R , що значно спрощує йому виконання етапу формалізації задачі управління, а саме формалізації вимог СПОЖИВАЧА до якості змінних стану об'єкта управління і до витрат енергії на управління. Ці вимоги без шкоди якості вирішення завдань інтегрального квадратичного по змінним стану і витрат енергії на управління можуть бути формалізовані в найпростішому вигляді (4.13)-(4.14).

Після представлення алгоритму управління у вигляді (3.7), його підставлення в рівняння стану об'єкта управління, інтегрування останнього, підставлення змінних стану у вирази (4.13)-(4.14) останні стають функціями від параметрів алгоритму управління $k_1, \dots, k_n$, параметрів матриць A , B рівняння стану об'єкта управління та початкових умов, тобто:

$$I_i = I_i(k_1, \dots, k_n, a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m, x_0), i = 1, \dots, l, \quad (4.15)$$

$$I_u = I_u(k_1, \dots, k_n, a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m, x_0). \quad (4.16)$$

Компромісні рішення, що задовольняють СПОЖИВАЧА системи, якщо вони існують, можуть бути знайдені на основі виразів (4.15)-(4.16), або на основі їх графічної інтерпретації, або у вигляді узгодження рішень відповідних задач на умовний екстремум, в яких в якості умов служить обмеження на витрати енергії на управління.

4.3. Визначення параметрів регуляторів

Розглянемо детально процедуру визначення оптимальних параметрів регуляторів квадратичного управління для динамічного об'єкта першого та другого порядків, що задані диференціальними рівняннями (4.1) та (4.7) відповідно, за допомогою розглянутого методу на основі оптимуму частинних показників якості.

4.3.1. Визначення параметрів регуляторів для об'єкту 1-го порядку

Процедура знаходження оптимального параметру регулятора квадратичного управління для лінійного об'єкту складається з наступних кроків:

1) Алгоритм управління для лінійного об'єкту має вигляд:

$$u^* = kx. \quad (4.17)$$

2) Підставимо відомий алгоритм управління (4.17) у диференціальне рівняння об'єкта управління (4.1), в результаті чого воно приймає наступний вигляд:

$$\dot{x} + ax = bu \Rightarrow \dot{x} + ax = b k x \Rightarrow \dot{x} + (a - bk)x = 0. \quad (4.18)$$

Як видно, після цієї операції диференціальне рівняння об'єкта управління стає однорідним.

3) Рішенням диференційного рівняння (4.18) є:

$$x(t) = ce^{(bk-a)t}. \quad (4.19)$$

Скориставшись обмеженням (4.3), матимемо:

$$x(0) = ce^{(bk-a)*0} \equiv x_0 \Rightarrow c = x_0. \quad (4.20)$$

Підставивши значення сталої інтегрування в (4.19), отримаємо:

$$x(t) = x_0 e^{(bk-a)t}. \quad (4.21)$$

4) Підставимо (4.21) в рівняння алгоритму управління (4.17) та отримаємо:

$$u = kx_0 e^{(bk-a)t}. \quad (4.22)$$

5) Знайдені алгоритм управління та змінну стану управління (4.21)-(4.22) підставимо в критерій якості системи (4.5), в результаті чого він приймає наступний вигляд:

$$I = \int_0^{\infty} (qx^2 + u^2) dt = \int_0^{\infty} (qx_0^2 e^{2(bk-a)t} + k^2 x_0^2 e^{2(bk-a)t}) dt = x_0^2 \int_0^{\infty} (q + k^2) e^{2(bk-a)t} dt. \quad (4.23)$$

6) Знайдемо інтеграл (4.23), коефіцієнт підсилення регулятора кможе бути лише від'ємним:

$$I = x_0^2 \int_0^{\infty} (q + k^2) e^{2(bk-a)t} dt = x_0^2 (q + k^2) \frac{e^{2(bk-a)t}}{2(bk-a)} \Big|_0^{\infty} = -\frac{x_0^2 (q + k^2)}{2(bk-a)} = \frac{x_0^2 (q + k^2)}{2(a-bk)}. \quad (4.24)$$

З отриманого виразу (4.24) може бути знайдено оптимальне значення параметру k підсилення алгоритму управління (4.17) при відомих параметрах a , b , q і початкової умови (4.3). Нижче наведені результати рішення задачі (4.5) при наступних значеннях параметрів: $a = 0,1$, $b = 1$, $q = 1$, $x_0 = 5$.

У випадку, якщо завчасно відомі параметри матриці Q критерію якості, то оптимальні значення $k_1^*, \dots, k_n^*$ параметрів регуляторів $k_1, \dots, k_n$ визначаються з умови мінімуму отриманого параметру якості системи, тобто:

$$(k_1^*, \dots, k_n^*) = \arg \left\{ \min_{k_1, \dots, k_n} I(k_1, \dots, k_n) \right\} = \arg \left[\begin{array}{c} \frac{d}{dk_1} I(k_1, \dots, k_n) = 0, \\ \dots \\ \frac{d}{dk_n} I(k_1, \dots, k_n) = 0. \end{array} \right]. \quad (4.25)$$

Знайдемо мінімум отриманого критерію якості. Продиференціювавши вираз (4.24) по параметру k матимемо:

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dk} &= \left(\frac{x_0^2 [q + k^2]}{2[a - bk]} \right)'_k = \frac{2x_0^2 k 2(a - bk) - x_0^2 (q + k^2)(-2b)}{(2[a - bk])^2} = \frac{4x_0^2 ak - 4x_0^2 bk^2 + 2x_0^2 bq + 2x_0^2 bk^2}{4(a - bk)^2} = \\ &= \frac{4x_0^2 ak - 2x_0^2 bk^2 + 2x_0^2 bq}{4(a - bk)^2} = \frac{2x_0^2 ak - x_0^2 bk^2 + x_0^2 bq}{2(a - bk)^2}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

З виразу (4.26) випливає, що для знаходження оптимального значення параметру регулятора k^* необхідно розв'язати таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_0^2 ak - x_0^2 bk^2 + x_0^2 bq = 0, \\ 2(a - bk)^2 \neq 0. \end{cases} \quad (4.27)$$

Розв'яжемо знайдену систему рівнянь (4.27). Друге рівняння є обмеженням:

$$a - bk \neq 0 \Rightarrow k \neq \frac{a}{b}. \quad (4.28)$$

Перше рівняння є звичайним квадратним рівнянням і має розв'язок:

$$-x_0^2 b k^2 + 2x_0^2 a k + x_0^2 b q = 0;$$

$$k = \frac{-2x_0^2 a \pm \sqrt{(2x_0^2 a)^2 - 4(-x_0^2 b)x_0^2 b q}}{2(-x_0^2 b)} = \frac{-2x_0^2 a \pm \sqrt{4x_0^4 a^2 + 4x_0^4 b^2 q}}{-2x_0^2 b}. \quad (4.29)$$

Підставивши відомі значення параметрів, b , q , x_0 в (4.28)-(4.29), отримаємо:

$$\begin{cases} k_1 = -0,905, \\ k_2 = 1,105, \\ k \neq 0,1. \end{cases}$$

Так, як значення параметру регулятора має бути від'ємне, то оптимальним значенням є:

$$k^* = -0,905.$$

Знайдемо залежність частинних показників якості змінної стану та витрат енергії на управління:

$$I_x = \int_0^\infty x^2 dt = \int_0^\infty x_0^2 e^{2(bk-a)t} dt = x_0^2 \frac{e^{2(bk-a)t}}{2(bk-a)} \Big|_0^\infty = -\frac{x_0^2}{2(bk-a)} = \frac{x_0^2}{2(a-bk)}, \quad (4.30)$$

$$I_u = \int_0^\infty u^2 dt = \int_0^\infty k^2 x_0^2 e^{2(bk-a)t} dt = k^2 x_0^2 \frac{e^{2(bk-a)t}}{2(bk-a)} \Big|_0^\infty = \frac{x_0^2 k^2}{2(a-bk)}. \quad (4.31)$$

На рис. 4.3. наведені залежності частинних критеріїв I_x та I_u від коефіцієнта підсилення алгоритму управління (4.17). Так допустимим витратам енергії на управління $I_{уд}$ відповідає інтегральна точність $I_{хд}$, яка досягається при умові, якщо коефіцієнт підсилення алгоритму управління буде рівний k^* . На основі рис. 4.3. можуть бути знайдені необхідні витрати енергії для досягнення необхідної точності $I_{хд}$.

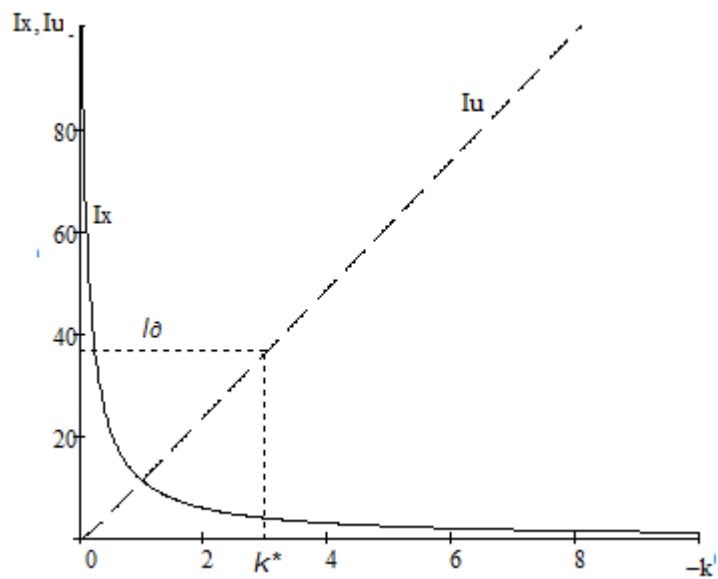


Рис.4.3. Графіки залежностей частинних критерії I_x та I_u від коефіцієнту підсилення k алгоритму управління

На рис.4.4. наведені графіки змінної стану і управління при отриманому на рис.4.3. коефіцієнті підсилення алгоритму управління k^* .

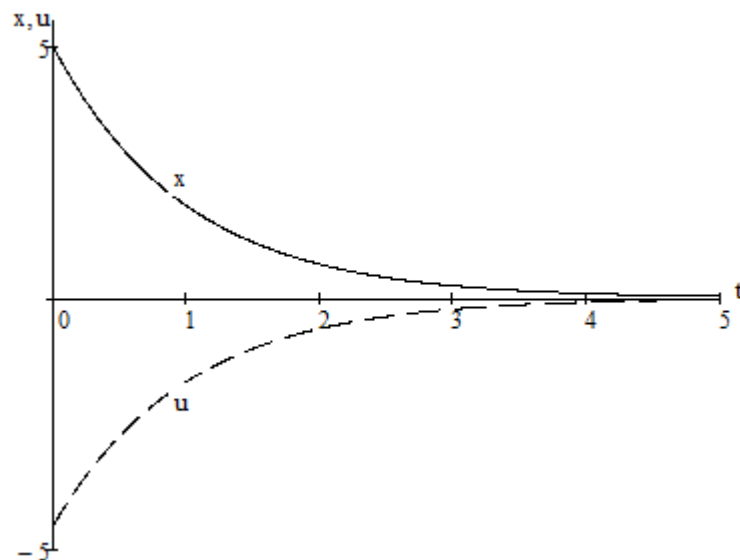


Рис.4.4. Графіки змінної стану та управління при допустимих витратах енергії і отриманому коефіцієнті підсилення алгоритму управління

Відсутність рішення, яке б задовільняло СПОЖИВАЧА, означає, що наявними об'єктом не можна реалізувати процес з необхідними показниками якості, який його цікавить.

4.3.2. Для об'єкту 2-го порядку

Процедура знаходження оптимальних параметрів регулятора квадратичного управління для динамічного об'єкту другого порядку складається з наступних кроків:

1) Алгоритм управління для об'єкту другого порядку має вигляд:

$$u^* = Kx = k_1x + k_2\dot{x}. \quad (4.32)$$

2) Підставимо відомий алгоритм управління (4.32) у диференціальне рівняння об'єкта управління (4.7), в результаті чого воно приймає наступний вигляд:

$$\ddot{x} + a_1\dot{x} + a_0x = bu \Rightarrow \ddot{x} + a_1\dot{x} + a_0x = b(k_1x + k_2\dot{x}) \Rightarrow \ddot{x} + (a_1 - bk_2)\dot{x} + (a_0 - bk_1)x = 0. \quad (4.33)$$

Як видно, після цієї операції диференціальне рівняння об'єкта управління стає однорідним.

3) Розв'яжемо диференціальне рівняння (4.33):

$$\begin{aligned} \lambda^2 + (a_1 - bk_2)\lambda + (a_0 - bk_1) &= 0; \\ \lambda_{1,2} &= \frac{-(a_1 - bk_2) \pm \sqrt{(a_1 - bk_2)^2 - 4(a_0 - bk_1)}}{2}, \lambda < 0. \\ x(t) &= c_1e^{\lambda_1 t} + c_2e^{\lambda_2 t}. \end{aligned} \quad (4.34)$$

4) Знайдемо другу змінну стану $\dot{x}(t)$:

$$\dot{x}(t) = c_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 t}. \quad (4.35)$$

5) Скориставшись обмеженнями (4.9)-(4.10), знайдемо сталі інтегрування c_1 і c_2 :

$$x(0) = c_1 + c_2 \equiv x_0 \Rightarrow c_2 = x_0 - c_1.$$

$$\dot{x}(0) = c_1 \lambda_1 + c_2 \lambda_2 \equiv 0 \Rightarrow c_1 \lambda_1 + (x_0 - c_1) \lambda_2 = 0 \Rightarrow (\lambda_2 - \lambda_1) c_1 = x_0 \lambda_2 \Rightarrow c_1 = \frac{x_0 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (4.36)$$

$$c_2 = x_0 - \frac{x_0 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{x_0 \lambda_2 - x_0 \lambda_1 - x_0 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{-x_0 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (4.37)$$

6) Підставимо вирази знайдених змінних стану (4.34)-(4.35) в рівняння алгоритму управління (4.32) та отримаємо:

$$u = k_1 x + k_2 \dot{x} = k_1 (c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t}) + k_2 (c_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 t}) = (k_1 + k_2 \lambda_1) c_1 e^{\lambda_1 t} + (k_1 + k_2 \lambda_2) c_2 e^{\lambda_2 t} \quad (4.38)$$

7) Знайдені вирази алгоритму управління та змінних стану управління (4.34), (4.35), (4.38) підставимо в критерій якості системи (4.11), в результаті чого він приймає наступний вигляд:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^\infty (x^T Q x + r u^2) dt = \int_0^\infty (x^2 + q \dot{x}^2 + r u^2) dt = \\ &= \int_0^\infty \left\{ (c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t})^2 + r (c_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 t})^2 + q ([k_1 + k_2 \lambda_1] c_1 e^{\lambda_1 t} + [k_1 + k_2 \lambda_2] c_2 e^{\lambda_2 t})^2 \right\} dt = \\ &= \int_0^\infty \left(c_1^2 e^{2\lambda_1 t} + 2c_1 c_2 e^{(\lambda_1 + \lambda_2)t} + c_2^2 e^{2\lambda_2 t} + q c_1^2 \lambda_1^2 e^{2\lambda_1 t} + 2q c_1 c_2 \lambda_1 \lambda_2 e^{(\lambda_1 + \lambda_2)t} + q c_2^2 \lambda_2^2 e^{2\lambda_2 t} + r (k_1 + k_2 \lambda_1)^2 c_1^2 e^{2\lambda_1 t} \right) + \\ &\quad + \int_0^\infty \left(2r (k_1 + k_2 \lambda_1) (k_1 + k_2 \lambda_2) c_1 c_2 e^{(\lambda_1 + \lambda_2)t} + r (k_1 + k_2 \lambda_2)^2 c_2^2 e^{2\lambda_2 t} \right) dt = \\ &= \int_0^\infty \left\{ c_1^2 (1 + q \lambda_1^2 + r [k_1 + k_2 \lambda_1]^2) e^{2\lambda_1 t} + 2c_1 c_2 (1 + q \lambda_1 \lambda_2 + r [k_1 + k_2 \lambda_1] [k_1 + k_2 \lambda_2]) e^{(\lambda_1 + \lambda_2)t} \right\} + \end{aligned}$$

$$+ \int_0^{\infty} \left\{ c_2^2 (1 + q\lambda_2^2 + r[k_1 + k_2\lambda_2]^2) e^{2\lambda_2 t} \right\} dt. \quad (4.39)$$

8) Знайдемо інтеграл (4.39), коефіцієнт підсилення регулятора кможе бути лише від'ємним:

$$I = \left(\frac{c_1^2 \{1 + q\lambda_1^2 + r[k_1 + k_2\lambda_1]^2\} e^{2\lambda_1 t}}{2\lambda_1} + \frac{2c_1c_2 \{1 + q\lambda_1\lambda_2 + r[k_1 + k_2\lambda_1][k_1 + k_2\lambda_2]\} e^{(\lambda_1 + \lambda_2)t}}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) \Big|_0^{\infty} + \\ + \frac{c_2^2 \{1 + q\lambda_2^2 + r[k_1 + k_2\lambda_2]^2\} e^{2\lambda_2 t}}{2\lambda_2} \Big|_0^{\infty} = - \frac{c_1^2 \{1 + q\lambda_1^2 + r[k_1 + k_2\lambda_1]^2\}}{2\lambda_1} - \\ - \frac{2c_1c_2 \{1 + q\lambda_1\lambda_2 + r[k_1 + k_2\lambda_1][k_1 + k_2\lambda_2]\}}{\lambda_1 + \lambda_2} - \frac{c_2^2 \{1 + q\lambda_2^2 + r[k_1 + k_2\lambda_2]^2\}}{2\lambda_2}. \quad (4.40)$$

З отриманого виразу (4.40) може бути знайдені оптимальні значення параметрів k_1 та k_2 підсилення алгоритму управління (4.32) при відомих параметрах a_0 , a_1 , b , q , r і початкових умов (4.9)-(4.10). Нижче наведені результати рішення задачі (4.11) при наступних значеннях параметрів: $a_0 = 0,1$, $a_1 = 1$, $b = 1$, $q = 1,5$, $r = 1$, $x_0 = 5$.

Так як нам відомі параметри матриць Q та R , знайдемо оптимальні значення k_1^* , k_2^* параметрів регуляторів k_1 , k_2 з умови мінімуму отриманого параметру якості системи:

$$\begin{cases} \frac{d}{dk_1} I(k_1, k_2) = 0, \\ \frac{d}{dk_2} I(k_1, k_2) = 0. \end{cases} \quad (4.41)$$

Розв'язавши систему рівнянь (4.41) та підставивши відомі значення параметрів a_0 , a_1 , b , q , r , отримаємо оптимальні значення параметрів підсилення алгоритму управління:

$$\begin{cases} k_1 = -1,105, \\ k_2 = -1,539. \end{cases}$$

Знайдемо залежність частинних показників якості змінних стану та витрат енергії на управління:

$$\begin{aligned} I_x &= \int_0^\infty x^2 dt = \int_0^\infty (c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t})^2 dt = \int_0^\infty (c_1^2 e^{2\lambda_1 t} + 2c_1 c_2 e^{(\lambda_1 + \lambda_2)t} + c_2^2 e^{2\lambda_2 t}) dt = \\ &= \left(\frac{c_1^2 e^{2\lambda_1 t}}{2\lambda_1} + \frac{2c_1 c_2 e^{(\lambda_1 + \lambda_2)t}}{\lambda_1 + \lambda_2} + \frac{c_2^2 e^{2\lambda_2 t}}{2\lambda_2} \right) \Big|_0^\infty = - \left(\frac{c_1^2}{2\lambda_1} + \frac{2c_1 c_2}{\lambda_1 + \lambda_2} + \frac{c_2^2}{2\lambda_2} \right). \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} I_{\dot{x}} &= \int_0^\infty \dot{x}^2 dt = \int_0^\infty (c_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 t})^2 dt = \int_0^\infty (c_1^2 \lambda_1^2 e^{2\lambda_1 t} + 2c_1 c_2 \lambda_1 \lambda_2 e^{(\lambda_1 + \lambda_2)t} + c_2^2 \lambda_2^2 e^{2\lambda_2 t}) dt = \\ &= \left(\frac{c_1^2 \lambda_1^2 e^{2\lambda_1 t}}{2\lambda_1} + \frac{2c_1 c_2 \lambda_1 \lambda_2 e^{(\lambda_1 + \lambda_2)t}}{\lambda_1 + \lambda_2} + \frac{c_2^2 \lambda_2^2 e^{2\lambda_2 t}}{2\lambda_2} \right) \Big|_0^\infty = - \left(\frac{c_1^2 \lambda_1}{2} + \frac{2c_1 c_2 \lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} + \frac{c_2^2 \lambda_2}{2} \right). \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} I_u &= \int_0^\infty u^2 dt = \int_0^\infty ([k_1 + k_2 \lambda_1] c_1 e^{\lambda_1 t} + [k_1 + k_2 \lambda_2] c_2 e^{\lambda_2 t})^2 dt = \\ &= \int_0^\infty ([k_1 + k_2 \lambda_1]^2 c_1^2 e^{2\lambda_1 t} + 2[k_1 + k_2 \lambda_1][k_1 + k_2 \lambda_2] c_1 c_2 e^{(\lambda_1 + \lambda_2)t} + [k_1 + k_2 \lambda_2]^2 c_2^2 e^{2\lambda_2 t}) dt = \\ &= \left(\frac{\{k_1 + k_2 \lambda_1\}^2 c_1^2 e^{2\lambda_1 t}}{2\lambda_1} + \frac{2(k_1 + k_2 \lambda_1)(k_1 + k_2 \lambda_2) c_1 c_2 e^{(\lambda_1 + \lambda_2)t}}{\lambda_1 + \lambda_2} + \frac{\{k_1 + k_2 \lambda_2\}^2 c_2^2 e^{2\lambda_2 t}}{2\lambda_2} \right) \Big|_0^\infty = \\ &= - \left(\frac{\{k_1 + k_2 \lambda_1\}^2 c_1^2}{2\lambda_1} + \frac{2(k_1 + k_2 \lambda_1)(k_1 + k_2 \lambda_2) c_1 c_2}{\lambda_1 + \lambda_2} + \frac{\{k_1 + k_2 \lambda_2\}^2 c_2^2}{2\lambda_2} \right). \end{aligned} \quad (4.44)$$

На Рис. 4.5.-6. наведені залежності частинних критеріїв I_x , $I_{\dot{x}}$, I_u від коефіцієнті підсилення k_1 та k_2 алгоритму управління (4.32).

Зафіксуємо параметр k_1 в його оптимальному значенні $k_1^* = -1.105$. Припустимо витратам енергії на управління $I_{уд}$ відповідає інтегральна точність $I_{хд}$, яка досягається при умові, якщо коефіцієнт підсилення алгоритму

управління буде рівний k_1^* . На основі рис. 4.5. можуть бути знайдені необхідні витрати енергії для досягнення необхідної точності $I_{хд}$.

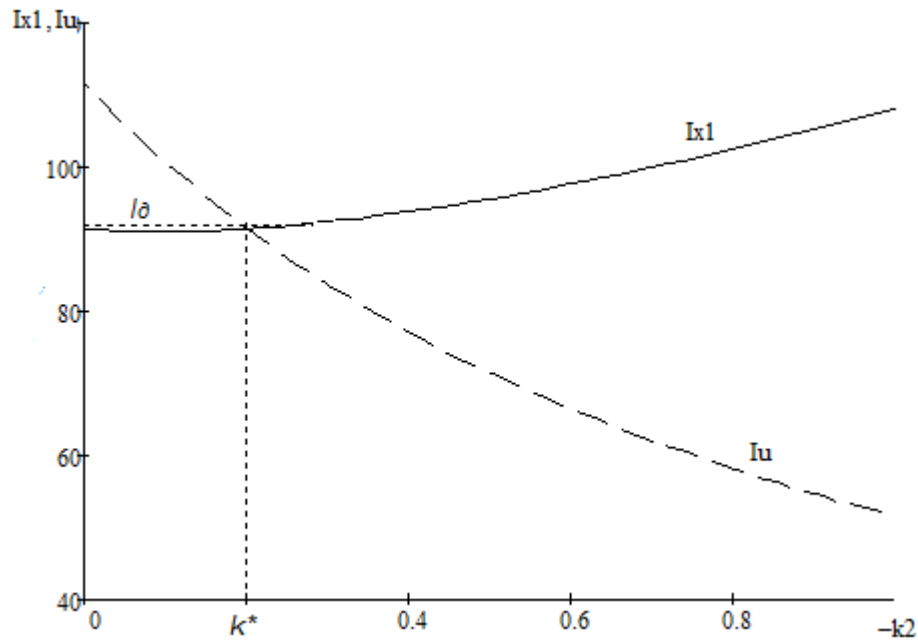


Рис.4.5. Графік залежностей частинних критерії I_x та I_u від коефіцієнту підсилення k_1 алгоритму управління

Тепер зафіксуємо інший параметр k_2 в його оптимальному значенні $k_2^* = -1.539$. Нехай витратам енергії на управління $I_{уд}$ відповідає інтегральна точність $I_{хд}$, яка досягається при умові, якщо коефіцієнт підсилення алгоритму управління буде рівний k_2^* . На основі рис. 4.6. можуть бути знайдені необхідні витрати енергії для досягнення необхідної точності $I_{хд}$.

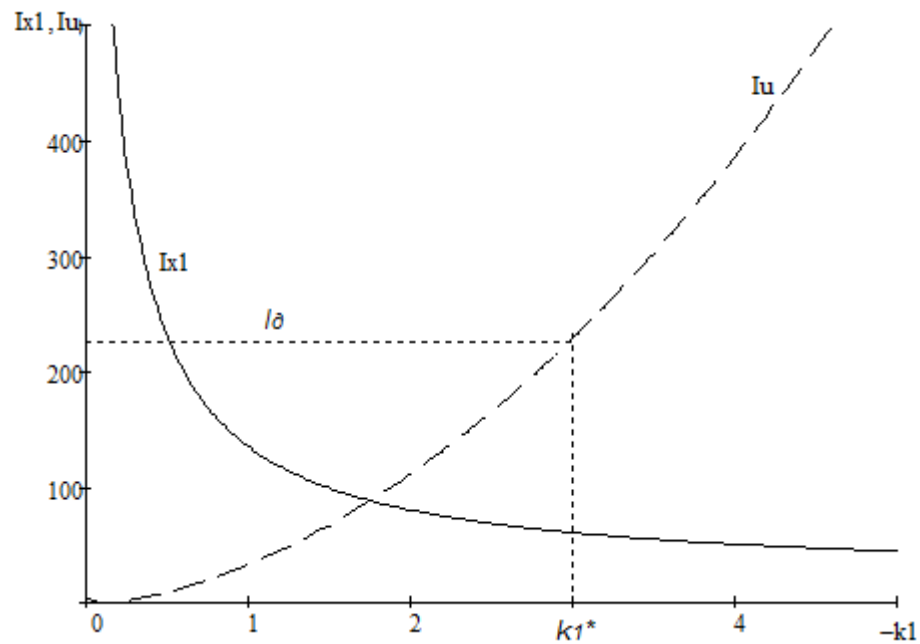


Рис.4.6. Графік залежностей частинних критеріїв I_x та I_u від коефіцієнту підсилення k_2 алгоритму управління

На рис.4.7. наведені графіки змінних стану і управління при отриманих на рис.4.5.-6. коефіцієнтах підсилення алгоритму управління k_1^* та k_2^* .

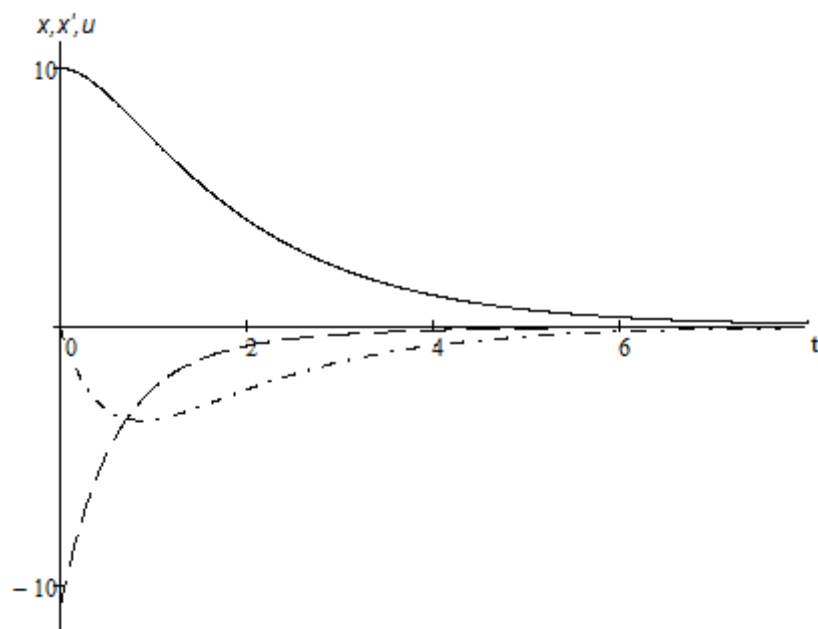


Рис.4.7. Графіки змінної стану та управління при допустимих витратах енергії і отриманих коефіцієнтах підсилення алгоритму управління

4.4. Розробка програмного забезпечення

У ході виконання магістерської дисертації було розроблено програмне забезпечення для виконання експериментальних досліджень теоретичних результатів, виконаних на основі їх комп'ютерного моделювання. Комп'ютерна програма була розроблена в стандартному середовищі програмування Mathcad 14.

Дане ПЗ повинно вирішувати наступні завдання:

- моделювання об'єкта управління;
- моделювання системи управління;
- моделювання процесів змінних стану та управління;
- визначення критерію якості і його складових;
- графічна інтерпретація результатів, що цікавлять користувача.

Програмний продукт наведений в Додатку Є.

4.5. Результати експериментальних дослідження

Результати експериментальних досліджень методу визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі знаходження параметрів критеріїв оптимальності наведені на наступних малюнках рис.4.8-19.

На рис.4.8-9 представлені графіки некерованої та керованої першої та другої змінних для динамічного об'єкту другого порядку відповідно.

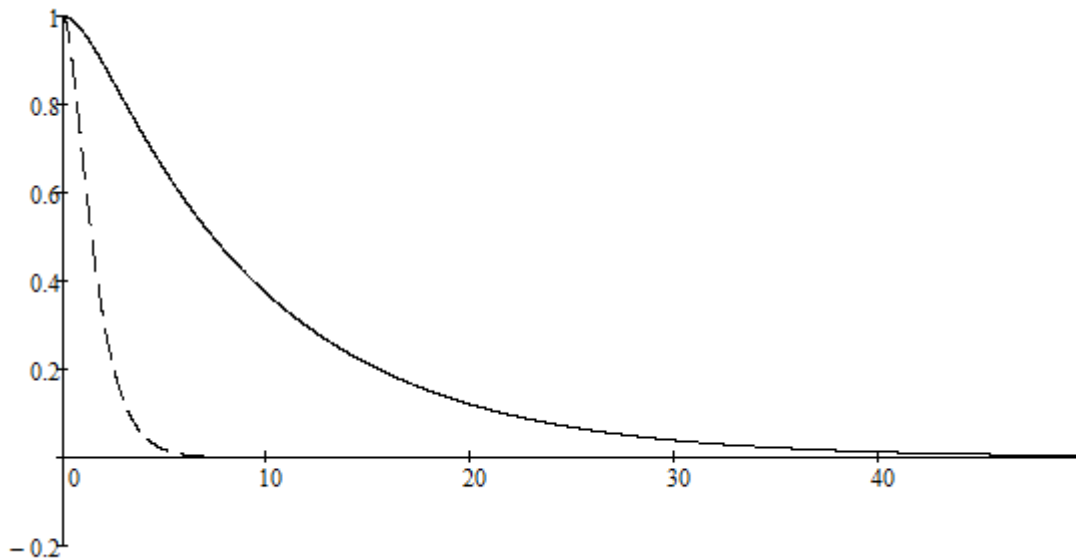


Рис.4.8. Графік некерованої та керованої першої змінної стану об'єкту управління при значенні параметру $\tau = 0,5$ (суцільна лінія – для об'єкту без регулятора, пунктирна – для об'єкту з регулятором)

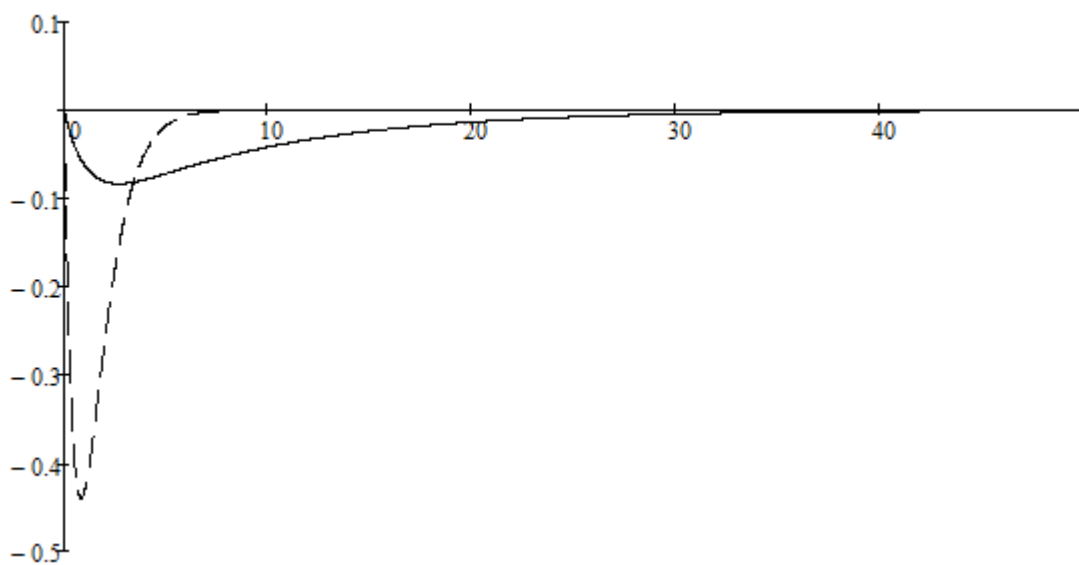


Рис.4.9. Графік некерованої та керованої другої змінної стану об'єкту управління при значенні параметру $\tau = 0,5$ (суцільна лінія – для об'єкту без регулятора, пунктирна – для об'єкту з регулятором)

На рис.4.10-13 показані графіки керованої першої змінної стану об'єкту управління та управління при різних значеннях параметрів точності управління та витрат енергії на управління.

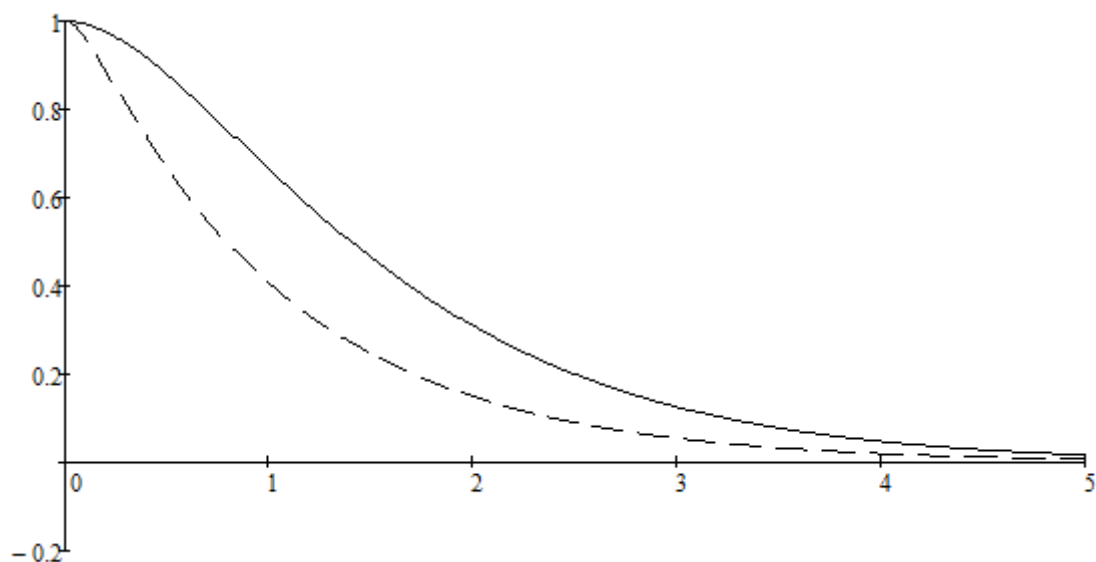


Рис.4.10. Графік керованої першої змінної стану об'єкту управління при значеннях параметру $r = 0,5$ і $r = 0,01$ (суцільна лінія – при $r = 0,5$, пунктирна – при $r = 0,01$)

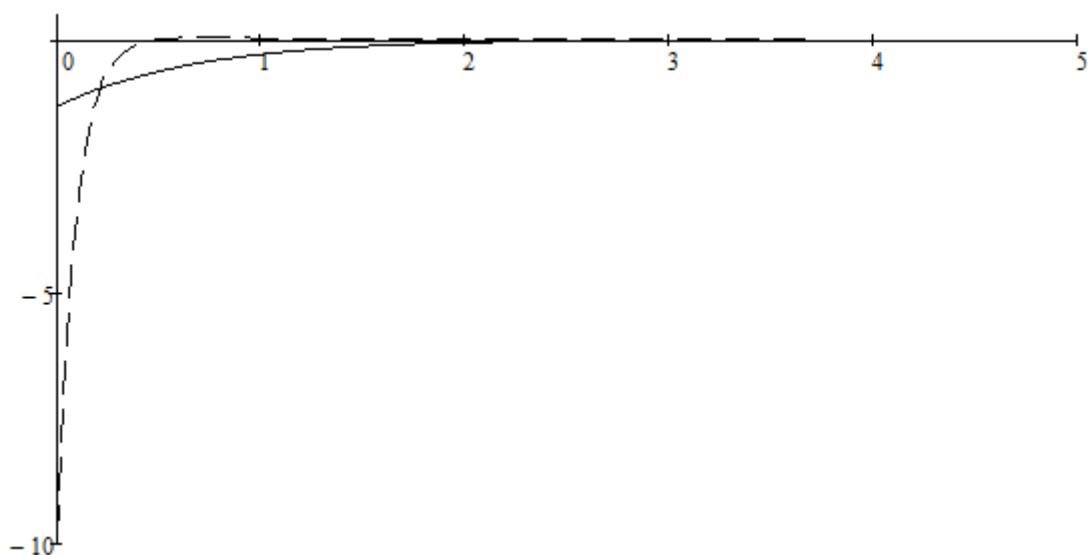


Рис.4.11. Графік управління при значеннях параметру $r = 0,5$ і $r = 0,01$ (суцільна лінія – при $r = 0,5$, пунктирна – при $r = 0,01$)

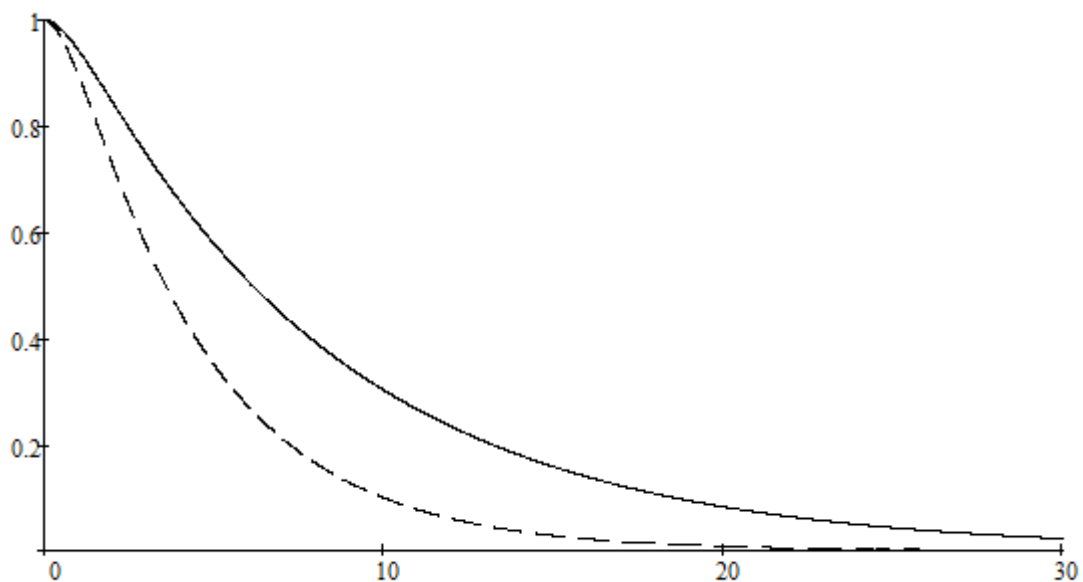


Рис.4.12. Графік керованої першої змінної стану об'єкту управління при значеннях параметру $q = 0,02$ і $q = 0,1$ (суцільна лінія – при $q = 0,02$, пунктирна – при $q = 0,1$)

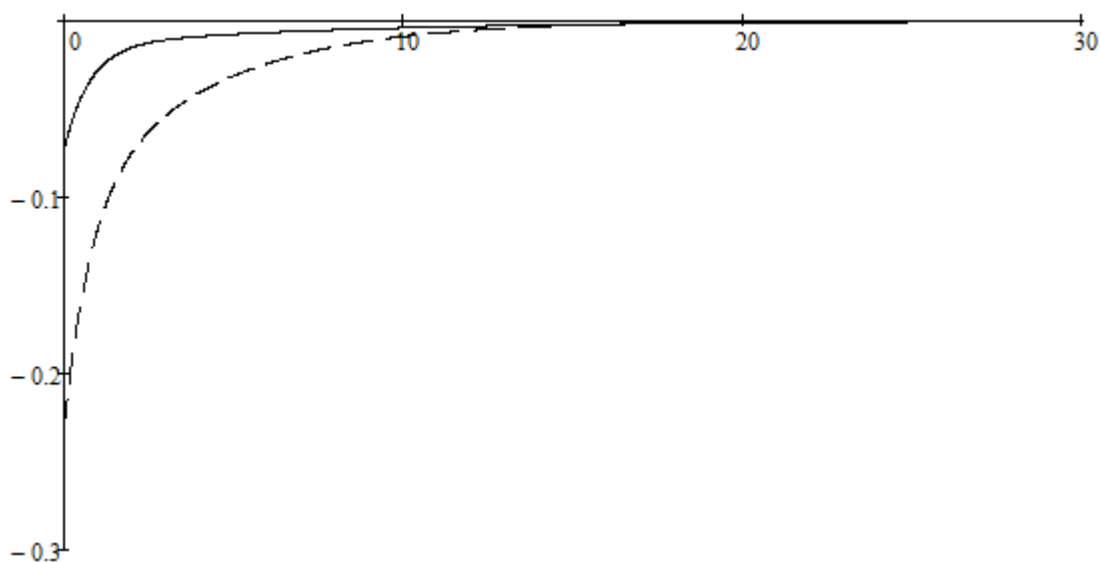


Рис.4.13. Графік управління при значеннях параметру $q = 0,02$ і $q = 0,1$ (суцільна лінія – при $q = 0,02$, пунктирна – при $q = 0,1$)

На рис.4.14-15 показані графіки залежностей точності управління від витрат енергії на управління і навпаки, визначені на основі знаходження параметрів критеріїв оптимальності.

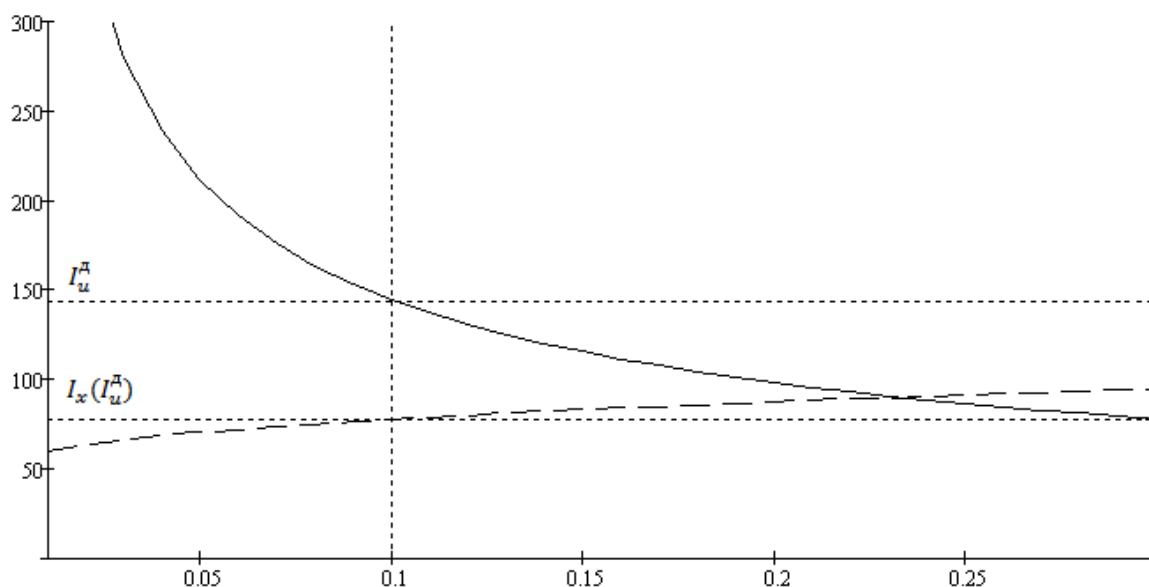


Рис.4.14. Графік залежності точності управління від витрат енергії на управління

На рис.4.14. видно, що СПОЖИВАЧ бажає, щоб витрати енергії на управління не перевищували $I_u^0 = 145$ одиниць. При цьому отримуємо точність управління $I_x = 80$ одиниць.

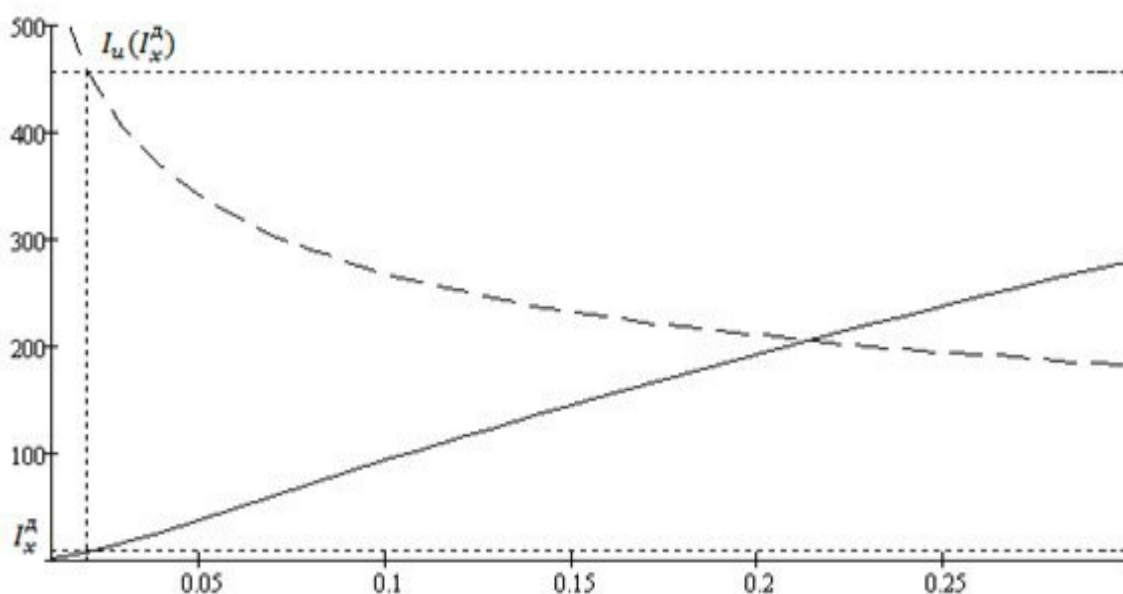


Рис.4.15. Графік залежності витрат енергії від точності управління

На рис.4.15. показаний момент, коли СПОЖИВАЧ бажає, щоб точність управління дорівнювала $I_x^o = 8$ одиниць. Тоді витрати енергії на управління – $I_u = 460$ одиниць.

Результати експериментальних досліджень методу визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі оптимуму частинних показників якості наведені на наступних малюнках рис.4.16-19.

На рис.4.16-17 зображені графіки залежності частинних критеріїв I_x та I_u від коефіцієнта підсилення калгоритму управління для об'єкту 1-го порядку, за допомогою яких можна знайти компромісні рішення, щоб СПОЖИВАЧА системи влаштовувала як точність управління, так і витрати енергії на управління.

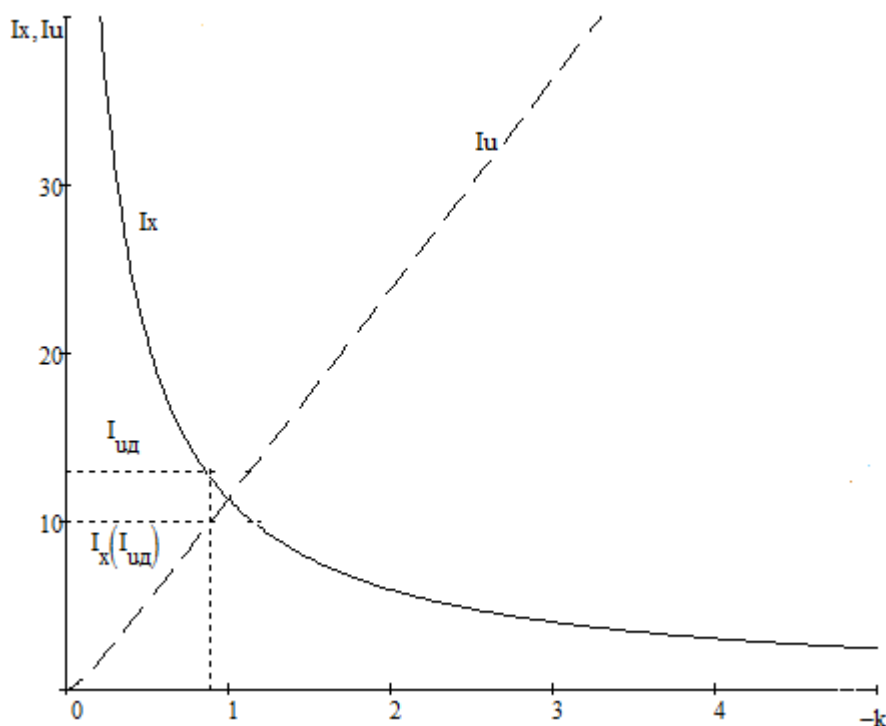


Рис.4.16. Графік залежностей частинних критеріїв I_x та I_u від коефіцієнту підсилення калгоритму управління з обмеженням витрат енергії на управління

На рис.4.16 видно, що СПОЖИВАЧ бажає, щоб витрати енергії на управління не перевищували $I_u^0 = 13$ одиниць. При цьому отримаємо точність управління $I_x = 10$ одиниць.

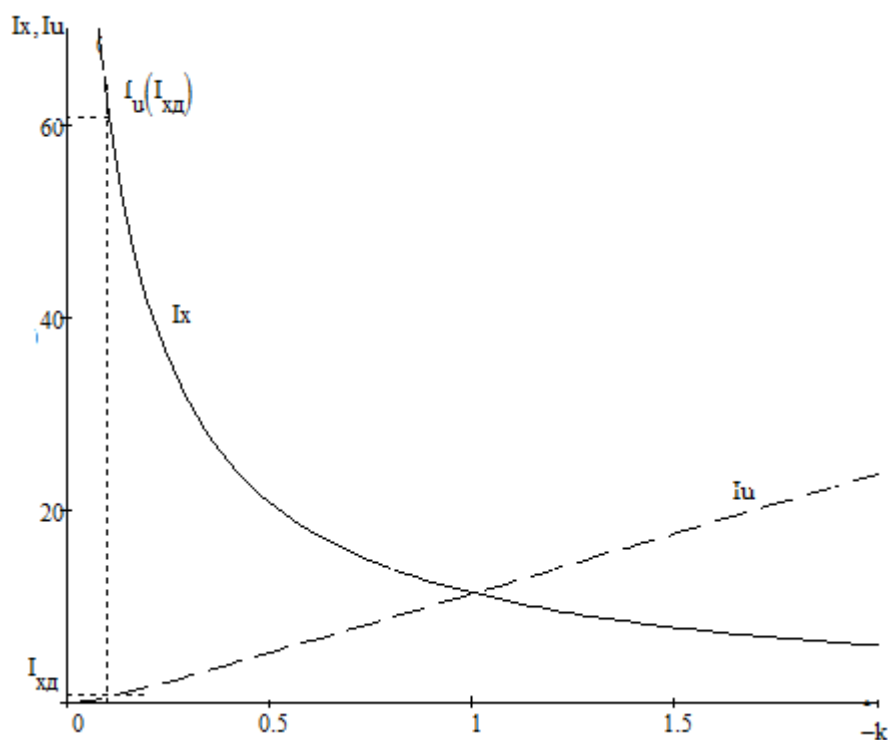


Рис.4.17. Графік залежностей частинних критеріїв I_x та I_u від коефіцієнту підсилення k алгоритму управління з обмеженням точності управління

На рис.4.17. показаний випадок, коли СПОЖИВАЧ бажає, щоб точність управління дорівнювала $I_x^0 = 0.8$ одиниць. Тоді витрати енергії на управління $I_u = 61$ одиниця.

Якщо по черзі фіксувати один зі знайдених оптимальних параметрів алгоритму управління для об'єкту другого порядку, то значення критерію оптимальності буде одноковим. Так при значеннях параметрів: $a_0 = 0,1$, $a_1 = 1$, $b = 1$, $q = 2$, $r = 1$, $x_0 = 10$ – значення $k_1^* = -1,105$. Побудуємо графік залежності критерію якості $I(k_2)$ від іншого параметру k_2 (Рис.4.18), з якого видно, що $\min_{k_2} I(k_2) = 212$.

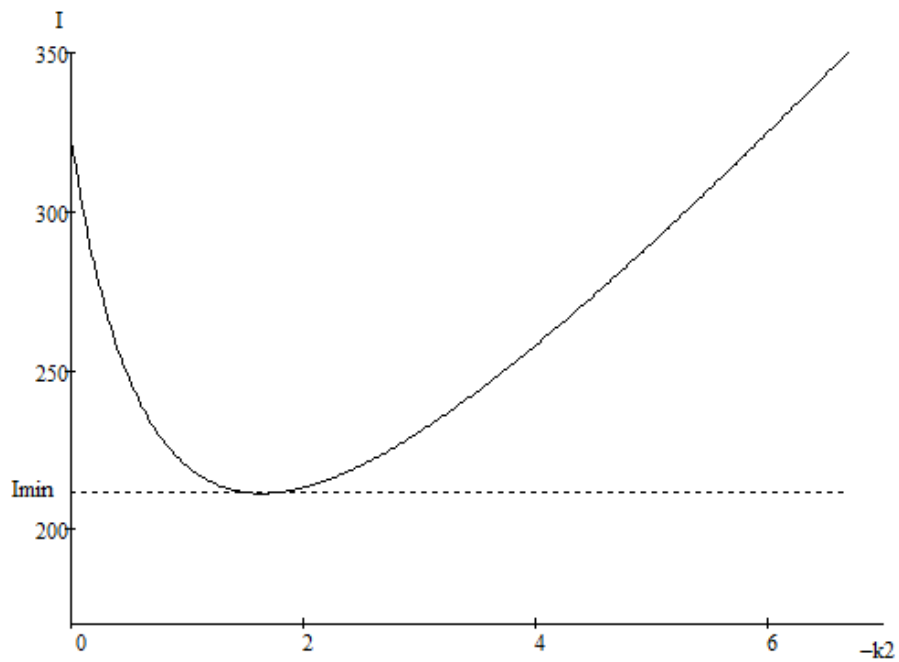


Рис.4.18. Графік залежності критерію якості $I(k_2)$ системи від одного з параметрів (k_2) при відомому іншому параметрі (k_1)

При тих самих значеннях параметрів: a_0 , a_1 , b , q , r , x_0 – значення $k_2^* = -1,889$. Побудуємо графік залежності критерію якості $I(k_1)$ від іншого параметру k_1 (рис.4.17), з якого видно, що $\min_{k_1} I(k_1) = 212$.

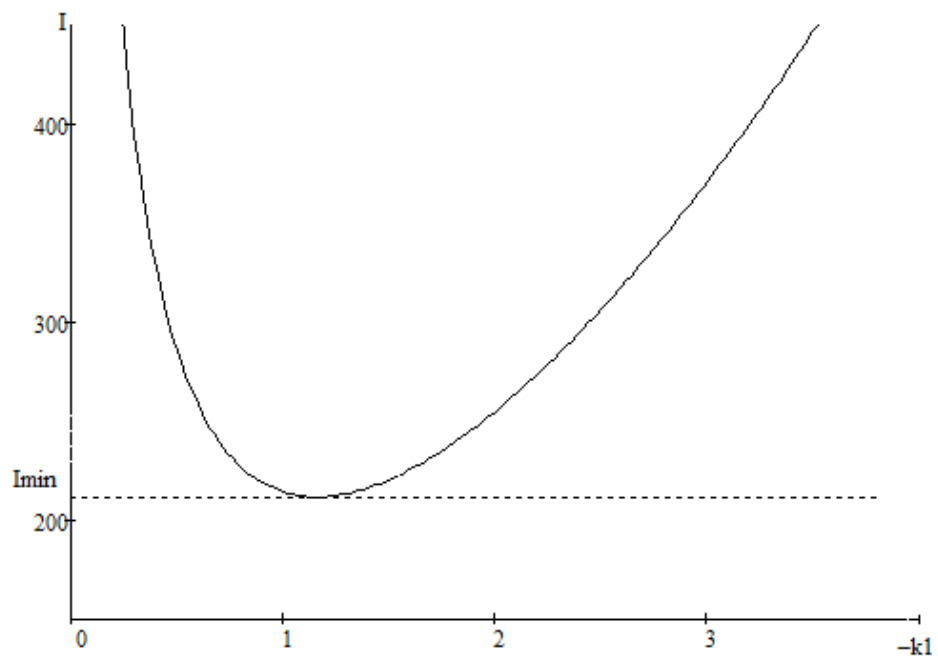


Рис.4.19. Графік залежності критерію якості $I(k_1)$ системи від одного з параметрів (k_1) при відомому іншому параметрі (k_2)

Висновки до розділу

Розроблене програмне забезпечення дає можливість визначити оптимальні коефіцієнти регулятора, при яких точність управління і витрати енергії на управління будуть задовольняти СПОЖИВАЧА, як методом визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі знаходження параметрів критеріїв оптимальності, так і методом визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі оптимуму частинних показників якості.

5. ОХОРОНА ПРАЦІ ТА БЕЗПЕКА В НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЯХ

Результатом дипломної роботи є метод визначення оптимальних параметрів регуляторів у задачах квадратичного управління. Тому розглянемо приміщення(офіс), де виконувалась розробка, математичне моделювання і написання пояснювальної записки магістерської дисертації.

У даному розділі виділено всі шкідливі та небезпечні фактори, яким може піддаватися працівник [9]. Нижче буде наведена схема приміщення (офісу) із зазначенням розмірів, будуть розглянуті та проаналізовані необхідні умови праці відповідно до наступних небезпечних та шкідливих факторів: мікроклімат приміщення, освітлення, шум, електромагнітне та інфрачервоне випромінювання, електробезпека і пожежонебезпека. Описано вимоги безпеки під час роботи.

5.1. Аналіз робочого приміщення

Результатом дипломної роботи є програмний продукт для використання операторами персональних комп'ютерів. Розглянемо схему приміщення, де була виконана дипломна робота (рис.5.1).

Характеристики приміщення наведено в наступній таблиці 5.1.

Таблиця 5.1. Характеристики приміщення

Довжина, a	5 м
Ширина, b	4 м
Висота, h	3,2 м
Загальна площа, S	20 м ²
Загальний об'єм, V	64 м ³
Кількість робочих місць	2
Кількість вікон, $n_{\text{вікон}}$	1
Кількість батарей центрального водного опалення, $n_{\text{б}}$	1

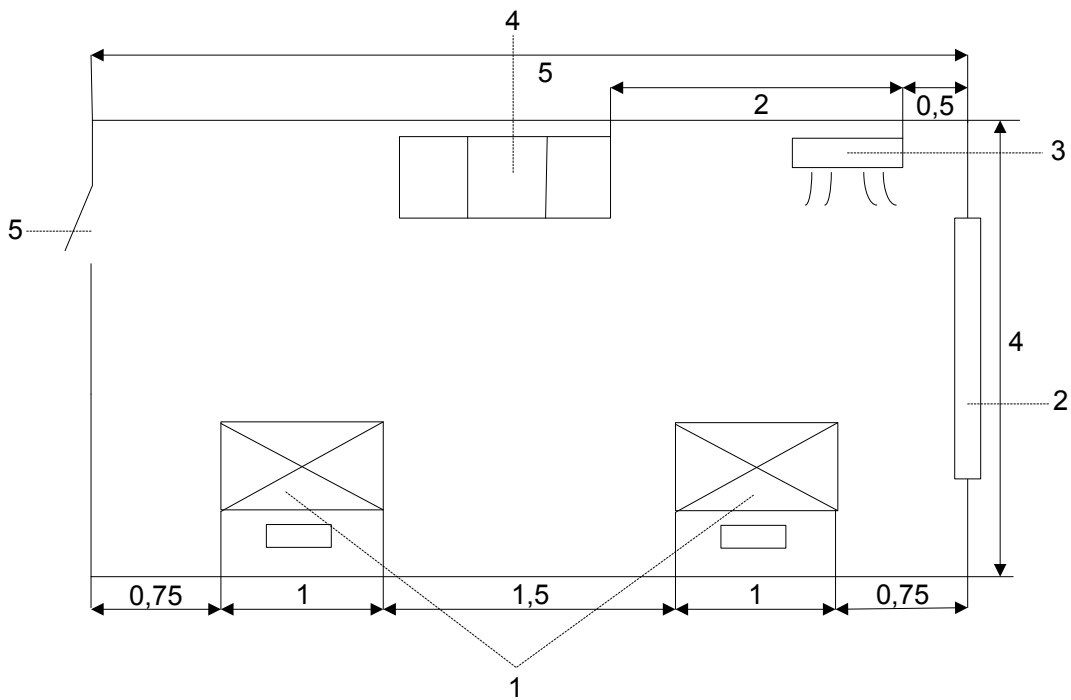


Рис.5.1 План приміщення, де 1 – комп’ютеризоване РБ, 2 – вікно з сонцезахисними жалюзіями, 3 – кондиціонер, 4 – шафа для документів, 5 – двері

Відповідно до [10] висота виробничих приміщень повинна бути не менше 3,2 м, об’єм і площа, що припадаються на кожного працівника – 15 м³ та 4,5 м² відповідно. Для приміщень, обладнаних ПЕОМ, згідно [11], площа на одне робоче місце має становити не менше ніж 6,0 м², а об’єм не менше, ніж 20,0 м³. У даному приміщенні висота – 3,2 м, площа приміщення – 20 м², об’єм приміщення – 64 м³. На одне робоче місце припадає площа 10 м² та об’єм 32 м³, що відповідає вищеописаним нормам.

Приміщення знаходиться на другому поверсі офісного будинку. Фарбування приміщень і меблів повинно сприяти створенню сприятливих умов для зорового сприйняття та гарного настрою. Оскільки в даному приміщенні виконується одноманітна розумова робота, що потребує значної нервової напруги і великого зосередження, фарбування повинно бути спокійних тонів. Колір стін – світло блакитний, на підлозі – паркет світлого кольору.

Вікно розташоване з орієнтацією на північ. Для захисту від надлишкової яскравості вікон застосовані вертикальні жалюзі.

Кожне робоче місце оснащено столом, кріслом, ПЕОМ з LCD монітором, клавіатурою на висувній підставці та оптичною мишкою. Глибина стола 800 мм, ширина 1200мм, висота – 750 мм, висота поверхні, на яку встановлюється клавіатура 700мм. Біля кожного столу стоїть по кріслу з висотою сидіння над рівнем підлоги 450 мм (з можливістю регулювання висоти). Поверхня сидіння м'яка, передній край закруглений, а кут нахилу спинки – регульований. Столи та стільці відповідають вимогам [12].

Робота в приміщенні виконується в денну зміну.

5.2. Аналіз шкідливих і небезпечних факторів

До основних небезпечних та шкідливих факторів відносяться мікроклімат, освітлення, шум (комп'ютерна техніка) і електромагнітне випромінювання (комп'ютерна техніка). У даному приміщенні слід окремо виділити такі шкідливі фактори як електробезпеку і пожежну безпеку.

5.2.1. Мікроклімат робочого приміщення

Згідно з [13] категорія робіт, здійснюваних в даному приміщенні, відноситься до категорії важкості «легка 1а» (роботи, що виконуються сидячи і не потребують фізичного напруження).

Оптимальні значення параметрів мікроклімату в робочій зоні для категорії робіт «легка 1а» наведені у таблиці 5.2.

Таблиця 5.2. Оптимальні та допустимі величини температури, відносної вологості та швидкості руху повітря в робочій зоні виробничих приміщень

Період року	Норми	Температура повітря, °C	Відносна вологість повітря, %	Швидкість руху повітря, м/с
Холодний	Опт.	22-24	40-60	0,1
	Доп.	21-25	75	0,1
Теплий	Опт.	23-25	40-60	0,1
	Доп.	22-28	55 при 28° C	0,1

Для підтримання параметрів температури в холодну пору року приміщення оснащено системою централізованого опалення з низьким тиском (температура теплоносія до 100°C).

Приміщення повинно мати централізовану природну систему кондиціонування з місцевою системою. Місцева система кондиціонування – настінний кондиціонер (внутрішній блок спліт-системи) складається з автономного кондиціонеру «Daikin FCQG71F/RQ71BV» (з площею охолодження до 70 м²), що встановлений біля вікна. Потужність кондиціонера 7100 Вт.

5.2.2. Освітлення приміщення

Освітлення у приміщенні змішане, складається з бокового (вікно) та штучного загального освітлення. Необхідно провести розрахунок освітлення для кімнати площею – 20 м², шириною – 4 м, довжиною – 5 м та висотою – 3,2 м. Визначимо показники методом світлового потоку.

По табл. 1 або табл. 2 [14] розряд зорової роботи – III та під розряд – г. Система природного освітлення: бокове освітлення (вікно на всю бокову стіну 4.5 м на 2 м), отже, площа вікна $S = 9 \text{ м}^2$. Вікна в приміщенні задовольняють відповідні вимоги для природного освітлення.

Для визначення кількості світильників визначимо світловий потік, падаючий на поверхню за формулою:

$$F_{\text{л}} = \frac{E * k * S * z}{\eta}, \quad (5.1)$$

де $F_{\text{л}}$ – світловий потік, лм;

E – нормована мінімальна освітленість;

S – площа освітлюваного приміщення;

z – відношення середньої освітленості до мінімальної ;

k – коефіцієнт запасу, який враховує зменшення світлового потоку лампи в результаті забруднення світильників у процесі експлуатації ;

n – коефіцієнт використання, що виражається відношенням світлового потоку, який падає на розрахункову поверхню, до сумарного потоку всіх ламп і обчислюється в частках одиниці; залежить від характеристик світильника, розмірів приміщення, фарбування стін і стелі, які характеризуються коефіцієнтами відображення від стін (p_c) і стелі (p_n)), значення коефіцієнтів p_c і p_n :

$$p_c = 50\%, p_n = 70\%.$$

Значення n визначимо по таблиці коефіцієнтів використання різних світильників. Для цього обчислимо індекс приміщення по формулі :

$$i = \frac{S}{h \cdot (A + B)}, \quad (5.2)$$

де S – площа приміщення,

h – розрахункова висота підвісу світильників над робочою поверхнею,

a – ширина приміщення,

b – довжина приміщення.

$$h = H - h_p - h_c, \quad (5.3)$$

де H – висота приміщення;

h_p – висота робочої поверхні від підлоги, $h_p = 0,7$ м;

h_c – відстань від ламп до перекриття, $h_c = 0,6$ м.

Таким чином,

$$h = 3.2 - 0,7 - 0,6 = 1,9 \text{ (м)}.$$

Підставивши значення отримаємо:

$$i = \frac{20}{1.9 \cdot (5 + 4)} = 1,17 \text{ .} \quad (5.4)$$

Знаючи індекс приміщення i , знаходимо $n = 0.43$.

Підставимо значення у формулу для визначення світлового потоку:

$$F_{\text{л}} = \frac{300 \cdot 1,5 \cdot 20 \cdot 1,1}{0,43} = 23023 \text{ (Лм)}$$

Для освітлення використані люмінесцентні лампи типу ЛБ 40-1, світловий потік яких $F = 4320 \text{ Лм}$. Розрахуємо необхідну кількість ламп у світильниках за формулою:

$$N = \frac{F_{\text{л}}}{F}, \quad (5.5)$$

де N – обумовлене число ламп;

$F_{\text{л}}$ – світловий потік,

$F_{\text{л}} = 23023 \text{ Лм}$;

F – світловий потік лампи, $F = 4320 \text{ Лм}$.

$$N = \frac{23023}{4320} \approx 5.$$

В приміщенні використовуються світильники типу ОД. Кожен світильник комплектується двома лампами. Тобто необхідно використовувати 3 світильника із 6 працюючими лампами в них. Схема розташування світильників зображена на рис. 5.2.

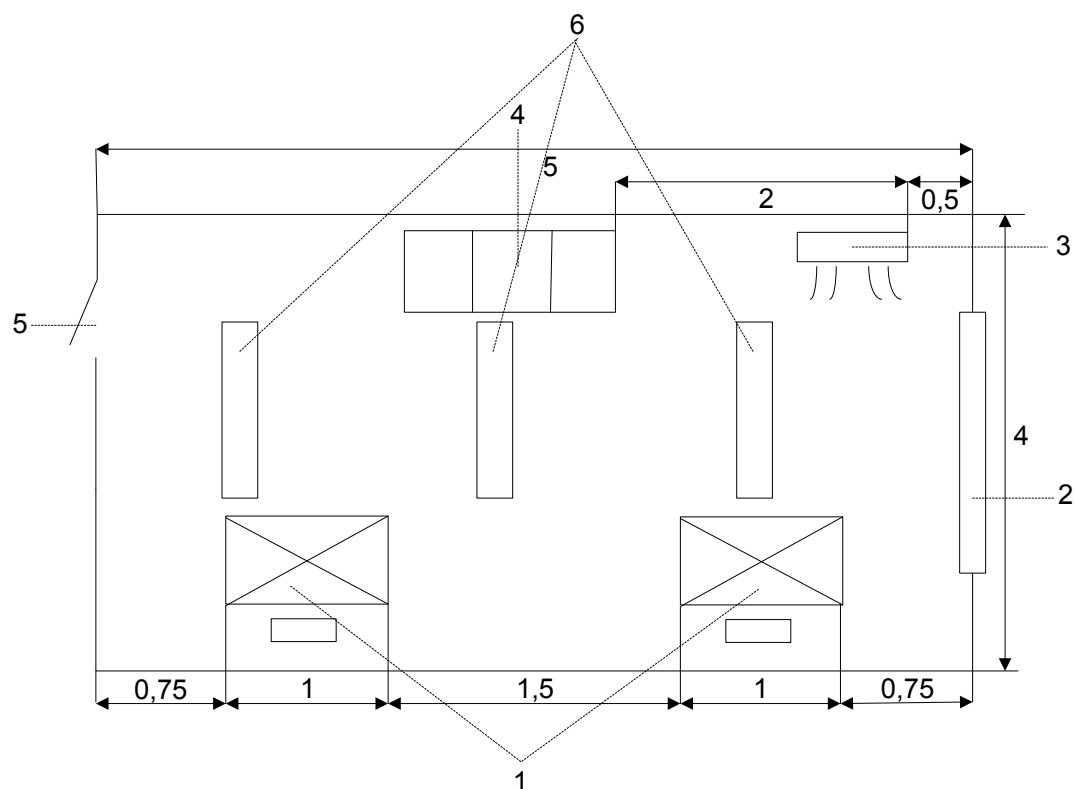


Рис 5.2. Схема освітлення приміщення: 3 – світильника (6 ламп)

Тип штучного освітлення в приміщенні – загальне. Штучне освітлення застосовується при роботі в темний час доби й удень, коли не вдається забезпечити нормовані значення коефіцієнта природного освітлення (похмура погода, короткий світловий день). В приміщенні розташовані дволампові світильники 3 шт., паралельно вікну. Штучне освітлення забезпечують лампи ЛБ40-1 довжиною 1.2 м потужністю 40 Вт, $F_{\text{л}} = 4320$ лм.

5.2.3. Аналіз шуму

Приміщення віддалене від автомагістралей, важкого промислового обладнання, залізничних шляхів та інших зовнішніх джерел шуму, отже, вплив зовнішніх джерел шуму вважаємо таким, яким можна знехтувати.

Головним джерелом шуму в приміщенні є вентилятор системного блоку комп'ютера. Ми маємо 4 вентилятори, так як 2 ЕОМ по 2 вентилятори, кожен по 30 дБА. Джерелом шуму також є принтер, в даному випадку 2 принтери,

кожний по 40 дБА, та кондиціонер «Daikin FCQG71F / RQ71BV», рівень шуму якого 28-32 дБА.

Еквівалентне значення рівня шуму:

$$L_{\text{экв}} = 10 \lg \left(\frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \{t_i * 10^{0.1L_i}\} \right). \quad (5.6)$$

Робочий час працівника – 8 годин, час роботи комп'ютера – 8 годин, час роботи принтера – 1 година, час роботи кондиціонера – 8 годин.

$$L_{\text{екв}} = 10 \lg \left(\frac{1}{8} \{4 * 8 * 10^{0.1*30} + 2 * 1 * 10^{0.1*40} + 8 * 10^{0.1*32}\} \right) = 39.08 \text{ (дБА)}.$$

Згідно з [15] еквівалентне значення рівня шуму не повинно перевищувати 50 дБА, тобто порахований рівень шуму прийнятний.

5.2.4. Аналіз електромагнітного випромінювання

Джерелами електромагнітного випромінювання в даному приміщенні є електричне обладнання, яке пройшло відповідну сертифікацію і відповідає вимогам нормативного документу.

Теплова радіація в нашому офісі складає 340 Вт/м², що не перевищує нормоване значення (350 Вт/м²).

Електростатичне поле екрана монітора виникає у результаті опромінення монітора потоком заряджених часток. Воно впливає на іонний склад повітря, погіршується середовище у приміщенні, де є комп'ютер. Напруженість електростатичного поля 20 кВ/м. Значення напруженості електростатичного поля як у зоні екрана дисплея, так і на поверхнях обладнання, клавіатури) не перевищують гранично допустимих.

Яскравість екрану складає 300 кд/кв.м., що більше, ніж мінімальні нормативні 100-120 кд/кв. Відношення яскравості екрана до яскравості

оточуючих поверхонь не перевищує 3:1, що відповідає нормативному документу.

Відстань від очей оператора до екрану складає 70 см в нормальному робочому положенні.

Тривалість зосередженого спостереження для працюючих за ПЕВМ не перевищує 80 % усього часу спостереження. Оператори ЕВМ роблять перерви 10-15 хвилин кожні 2 години одночасно з провітрюванням приміщення.

5.3. Аналіз електробезпеки

Трансформатор є добре заземленим, електрична мережа, підведена до приміщення, також заземлена. При підключенні ПК до електромережі спеціальний формат євро-розетки забезпечує попереднє підключення пристрою до заземлення, а потім до самої електромережі. При вимкненні порядок зворотний. Власних блоків живлення пристрої не мають.

Клас захисту від ураження – I.

Із споживачів електричної енергії у приміщенні можна виділити два монітори та два принтери, що знаходяться на столах, два системних блока, що знаходяться в столах, світильники, кондиціонер. Значення електричної напруги становить 220 В, частота до 50 Гц та сила струму 15 А для всіх електроустановок. На робочому місці з усього обладнання металевим є лише корпус системного блоку комп'ютера, але тут використовуються системні блоки, що відповідають стандарту фірми ІВМ, в яких крім робочої ізоляції передбачений елемент для заземлення та дріт з заземлюючою жилою для приєднання до джерела живлення. Таким чином, обладнання обмінного пункту виконано по класу I. Тип електричної мережі – однофазна.

Відповідно до [16] дане приміщення не має жодного з чинників підвищеної небезпеки, отже, відноситься до категорії без підвищеної небезпеки для здоров'я працівників. Відносна вологість повітря не перевищує 60%, температура не перевищує 23°C.

У приміщенні використовується прихована проводка, що виключає можливість дотику до оголених проводів. Проводка прокладена кабелем марки ВВП 3*1,5 з мідними струмопровідними жилами; ізоляція виготовлена з ПВХ; кабель плоский з розділеною основою.

Усі перераховані параметри відповідають [17].

5.4. Аналіз пожежної безпеки

У приміщенні вибухонебезпечних речовин та матеріалів не спостерігається, а з пожежонебезпечних у приміщенні маємо два дерев'яних стола, папір звичайний, книжні полиці із книжками та дерев'яна підлога. Також є 2 комп'ютера, що також є пожежонебезпечними, і мало того, можуть стати причиною пожежі.

Приміщення за вибухонебезпечною і пожежною небезпекою згідно з [18] відноситься до категорії В.

До можливих причин запалювання відноситься комп'ютер, принтер та світильники, оскільки збої в електромережі можуть привести до іскріння. Не можна й виключати можливості горіння через сигарету чи непотушеного сірника. Ступінь вогнестійкості будівлі, в якій знаходиться приміщення – І.

Система пожежної сигналізації складається з пожежного сповіщувача, приймального приладу та автономного джерела електроживлення.

Для виявлення пожежі приміщення оснащено димовим оптико-електронним автономним сповіщувачем (1 шт.) марки ДІП-43М (ІП-212-43М) з захищеною площею до 80 м², що вмонтований посередині в стелю приміщення. Сигнал пожежної небезпеки переходить до пульта управління, що знаходиться на першому поверсі. У приміщенні наявні такі первинні засоби пожежогасіння, як покривала з негорючого теплоізоляційного полотна та вогнегасники. У разі виникнення пожежної безпеки в приміщенні знаходиться 2 вогнегасники ВВ-3 об'ємом 5 літрів та масою заряду 3кг. Отже, на площі 20м² є 2 вогнегасники, що задовольняє вимогам [19] (на 20 квадратних метрів

необхідно 2 вогнегасники).

На стіні в приміщенні та в коридорі знаходиться план евакуації людей при пожежі. Двері в бік аварійного виходу відкриваються назовні. На шляху до дверей немає перешкод для руху персоналу. В середині біля входу знаходиться вимикач електроенергії в межах всього приміщення. В коридорі знаходиться вимикач світла в офісному блоці, на 1 поверсі – вимикач світла в будівлі.

5.5. Безпека в надзвичайних ситуаціях

У приміщенні, що розташовано в восьмиповерховій будівлі, було виявлено та проведено аналіз потенційних небезпечних та шкідливих виробничих факторів на робочих місцях, тепер виконаємо аналіз безпеки працівників в надзвичайних ситуаціях так, як безпека життя та здоров'я людей у процесі трудової діяльності є основним завданням охорони праці. Залежно від причин виникнення, фізичної сутності та впливу на навколишнє середовище надзвичайні ситуації бувають природного, техногенного, соціально-політичного та воєнного характеру.

Через те, що офіс, де знаходиться відділ розробки ПЗ, розташований біля заводу, в якому зберігають пропан, таким чином, проаналізуємо безпеку в надзвичайних ситуаціях техногенного характеру, а саме оцінимо та спрогнозуємо можливі наслідки під час аварії з вибухом.

Вихідні дані:

- відстань від виробничого приміщення до місця аварії (вибуху) $r_0 = 1000\text{м}$;
- тип вибухової речовини – пропан;
- маса вибухової речовини $q = 100\text{ т}$;

Характеристики елементів виробничого приміщення:

- будівля виробничого приміщення: виробнича, одноповерхова, цегляна;
- межа вогнестійкості несучих стін – 1 год, перекриттів – 0,3 год;

- обладнання: електронно-обчислювальна апаратура в виробничому приміщенні, трубопроводи на естакадах, кабельні мережі наземні;
- категорія будівлі з пожежної небезпеки – В;
- щільність забудови об'єкта 30 %.

1) Визначення параметрів ОУ і можливого попадання виробничого приміщення в зону ураження (ЗУ):

Параметри визначаємо за графіком (рис. 5.3).

Радіус ОУ R_{oc} і радіус зони слабких руйнувань R_{cl} (на зовнішній межі якої $\Delta P_{\phi} = 10$ кПа) за вибуху продукту масою $Q = 100$ т становить $R_{oc} = R_{cl} = 1000$ м.

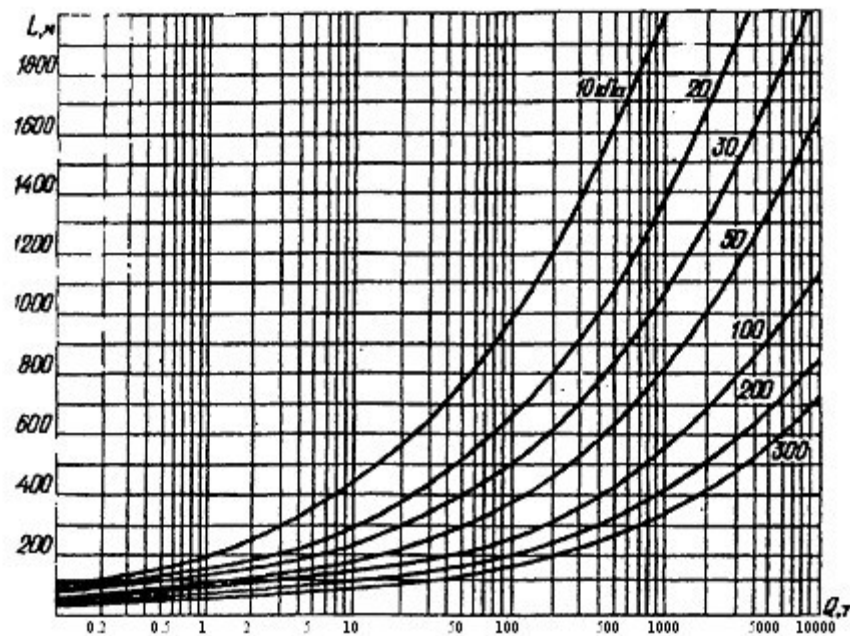


Рис. 5.3. Графік для визначення радіусів зон руйнування залежно від маси вуглеводневого продукту

Радіус зони середніх руйнувань $R_{cp} = 700$ м, якщо $\Delta P_{\phi} = 20$ кПа; сильних $R_{сил} = 500$ м, якщо $\Delta P_{\phi} = 30$ кПа; повних $R_{п} = 380$ м, якщо $\Delta P_{\phi} = 50$ кПа.

Порівнюємо відстань від виробничого приміщення до місця аварії $R_0 = 1$ км і радіус ОУ $R_{oc} = 1000$ м.

Як бачимо, виробниче приміщення може опинитися в осередку ураження ударної хвилі вибуху в зоні слабких руйнувань.

- 2) Визначення величини надмірного тиску УХ, очікуваного в районі цеху (ΔP_{ϕ}).

Визначаємо радіус зони детонаційної хвилі (зони I):

$$r_I = 17,5\sqrt[3]{100} = 81,22 \text{ (м)}.$$

Визначаємо радіус зони дії продуктів вибуху (зони II):

$$r_{II} = 1,7, r_I = 1,7 * 81,22 = 138,1 \text{ (м)}.$$

Порівнюючи відстань від виробничого приміщення до місця аварії ($R_0 = 1000$ м) з радіусом зони I (81,22 м) і зони II (138,1 м), робимо висновок, що об'єкт опиниться за межами цих зон, тобто в зоні повітряної УХ (зона III).

Визначаємо надмірний тиск УХ у зоні III на відстані $R_0 = 1000$ м за формулою:

$$\Delta P_{\phi} = \frac{262}{\sqrt{1 + 7,66 * 10^{-5} * \frac{L^3}{Q}} - 1} = 10,3 \text{ (кПа)}.$$

Висновок. У місці розташування виробничого приміщення очікується максимальний надмірний тиск 10,3 кПа. Виробниче приміщення може опинитися в зоні середніх руйнувань.

- 3) Визначення ступеня руйнувань елементів виробничого приміщення та очікуваних збитків.

Визначаємо можливий ступінь руйнувань кожного елемента виробничого приміщення за величиною $\Delta P_{\phi} = 10,3$ кПа (таблиця 5.3).

Таблиця 5.3. Ступінь руйнування об'єкта залежно від надмірного тиску ударної хвилі P_f , кПа

Елементи об'єкта	Ступінь руйнувань			
	Слабкі	Середні	Сильні	Повні
1. Виробничі, адміністративні будівлі та споруди				
1. Бетонні та залізобетонні будинки та споруди антисейсмічної конструкції	25–35	80–120	150–200	200
2. Споруди з легким металевим каркасом і безкаркасні конструкції	10–20	20–30	30–50	50–70
3. Споруди зі збірного залізобетону	10–20	20–30	–	30–60
4. Складські цегляні будинки	10–20	20–30	30–40	40–50
5. Адміністративні багатоповерхові будівлі з металевим або залізобетонним каркасом	20–30	30–40	40–50	50–60
6. Цегляні малоповерхові будівлі (один–два поверхи)	8–15	15–25	25–35	35–45
7. Цегляні багатоповерхові будівлі (три поверхи та більше)	8–12	12–20	20–30	30–40
2. Деякі види обладнання				
8. Верстати важкі	25–40	40–60	60–70	–
9. Верстати середні	15–25	25–35	35–45	–
10. Верстати легкі	6–15	–	15–25	–
11. Крани та кранове обладнання	20–30	30–50	50–70	70
12. Стрічкові конвеєри в галереї на залізобетонній естакаді	5–6	6–10	10–20	20–40
13. Ковшові конвеєри в галереї на залізобетонній естакаді	8–10	10–20	20–30	30–50
14. Електродвигуни потужністю від 2 до 10 кВт, відкриті	30–50	50–70	–	80–90

Продовження таблиці 5.3. Ступінь руйнування об'єкта залежно від надмірного тиску ударної хвилі P_{Φ} , кПа

Елементи об'єкта	Ступінь руйнувань			
	Слабкі	Середні	Сильні	Повні
15. Трансформатори від 100 до 1000 кВ	20–30	30–50	50–60	60
16. Генератори на 100–300 кВт	30–40	50–60	–	–
17. Відкриті розподільні пристрої	15–25	25–35	–	–
18. Масляні вимикачі	10–20	20–30	–	–
3. Комунально-енергетичні мережі та споруди				
20. Газгольдери та наземні резервуари хімічних речовин	15–20	20–30	30–40	40
21. Наземні металеві резервуари та баки	30–40	40–70	70–90	90
22. Кабельні підземні мережі	200–300	300–600	600–1000	1500
23. Кабельні наземні мережі	10–30	30–50	50–60	60
24. Трубопроводи наземні	20	50	130	–
25. Трубопровода металевих або залізобетонних естакадах	20–30	30–40	40–50	–

Очікувані збитки визначаємо за таблицею 5.4, виходячи із ступеня руйнувань елементів. Результати заносимо в підсумкову таблицю 5.6.

Таблиця 5.4. Збитки залежно від ступеня руйнувань елементів об'єкта

Ступінь руйнувань	Слабкі	Середні	Сильні	Повні
Збитки, зруйновані елементи обладнання, %	10-30	30-50	50-90	90-100

4) Визначення можливих утрат виробничого персоналу.

За $\Delta P_{\Phi} = 10,3$ кПа люди отримають в результаті вибуху легкий ступінь травм, який характеризується легкою контузією, можлива часткова втрата слуху.

5) Визначення можливого характеру пожеж на об'єкті.

Таблиця 5.5. Можлива пожежна обстановка після вибуху

Характер забудови	Ступінь вогнестійкості будівель	DP_{ϕ} , кПа	Очікувана обстановка	
			Упродовж перших 30 хв	Через 1–2 год після вибуху
Міська забудова або виробництво В, Г, Д категорій пожежної небезпеки	IV, V III I, II	10–20 менше 20 20–50	Окремі пожежі	Суцільні пожежі, щільність забудови становить, %: Щ > 10 Щ > 20 Щ > 30
Виробництво А і Б категорій пожежної небезпеки	–	10–50	Окремі пожежі, що швидко перетворюються в суцільні і супроводжуються вибухами та руйнуванням виробничого устаткування	

За табл. 5.5. визначаємо, що на об'єкті можуть виникнути окремі пожежі з переходом у суцільні через 1–2 год, виходячи з того, що:

- категорія виробництва за пожежною небезпекою – В;
- очікується надмірний тиск $UX_{\Delta P_{\phi}} > 10$ кПа;
- щільність забудови Щ = 30 %;
- ступінь вогнестійкості будівель – III (згідно [20]).

Таблиця 5.6. Результати прогнозування та оцінювання наслідків аварії

В якій зоні руйнувань об'єкт. Надмірний тиск	Елементи цеху	Ступінь руйнування	Очікувані збитки, %	Характер пожеж	Ступінь ураження виробничого персоналу
Зона середніх руйнувань, $\Delta P_{\phi} = 10,3$ кПа	Будівля	слабкі	10–30	Окремі пожежі з переходом у суцільні через 1–2 год	Легкий ступінь травм, який характеризується легкою контузією, можлива часткова втрата слуху
	Верстати	слабкі	10–30		
	Трубопроводи	слабкі	10–30		
	Кабельні мережі	слабкі	10–30		
	Електроно-обчислювальна апаратура	середні	30–50		

Висновки до розділу

У даному розділі розглянуто питання, що стосуються безпеки використання та правильності експлуатації комп'ютерної техніки. Мікроклімат приміщення та освітленість відповідають вимогам та нормам. Електробезпека та пожежна безпека також забезпечені в повній мірі. На підставі цього можна зробити висновок, що робочі місця в даному приміщенні задовольняють екологічним нормам і вимогам та створюють безпечні умови праці.

У разі аварії з вибухом виробниче приміщення може опинитися в зоні середніх руйнувань. Сильних руйнувань зазнає електронно-обчислювальна апаратура, тому виробниче приміщення нестійкий до дії УХ.

Для зменшення наслідків впливу вибуху на виробниче приміщення здійснити такі заходи:

- укріпити будівлю виробничого приміщення установленням додаткових колон, ферм, підкосів;
- трубопроводи та кабельні мережі прокласти під землею;
- створити 50%-ий запас електронно-обчислювальної апаратури і зберігати в безпечному місці;
- установити на вікнах металеві сітки, щоб розбите скло не потрапляло у середину виробничого приміщення;
- порушити питання щодо перенесення вибухонебезпечного об'єкта на більшу відстань або зменшення вибухової речовини до безпечної кількості.

ВИСНОВКИ

1. Постановки задач оптимального управління у загальному вигляді та їх вирішення при непрямих критеріях якості дозволяють синтезувати лише структуру оптимальних регуляторів. При використанні непрямих, в тому числі і квадратичних критеріїв якості, відразу безпосередньо не можуть бути сформульовані постановки задач оптимального управління.
2. Спільним недоліком усіх класичних методів оптимального управління є те, що для розв'язання задачі оптимального управління для об'єкту порядку n , необхідно вирішити диференціальні рівняння порядку $2n$.
3. Метод визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі знаходження параметрів критеріїв оптимальності спрощує вирішення задачі, але при цьому необхідно спочатку знайти параметри критерію якості, а потім оптимальні параметри регулятора.
4. Запропонований підхід синтезу алгоритмів регуляторів для вирішення задач квадратичного по змінним стану і витратам енергії дозволяє в два рази зменшити порядок загальної системи диференціальних рівнянь стандартних процедур рішення задач оптимального управління і звести його до розмірності об'єкту управління.
5. За допомогою розробленого методу навіть необізнаний СПОЖИВАЧ системи може самостійно обрати оптимальні параметри регулятора так, щоб його задовольняли як точність управління, так і витрати енергії на управління.
6. Розроблене програмне забезпечення дає можливість визначити оптимальні коефіцієнти регулятора, при яких точність управління і витрати енергії на управління будуть задовольняти СПОЖИВАЧА, як методом визначення оптимальних параметрів регуляторів на основі знаходження параметрів критеріїв оптимальності, так і на основі оптимуму частинних показників якості.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Кику А.Г. Определение параметров регуляторов в задачах квадратичного оптимального управления состояния линейных динамических объектов / А.Г. Кику, В.М. Бурлаков, О.И. Кику, С.В. Сазанова // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Адаптивні системи автоматичного управління». — Київ: Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”. — 2015 — №26.
2. Кику А.Г. Выбор параметров квадратичных критериев в задачах оптимального управления линейными объектами / А.Г. Кику, В.Ю. Шейко // Межведомственный научно-технический сборник «Адаптивные системы автоматического управления». — 2012. — № 20(40).
3. Сейдж Е.П. Оптимальное управление системами / Е. Сейдж, Ч. Уайт. — Москва: Радио и связь, 1982. — 396 с.
4. Беллман Р. Динамическое программирование и современная теория управления / Р. Беллман, Р. Калаба. — Москва: Наука, 1969. — 118 с.
5. Атанс М. Оптимальное управление / М. Атанс, П. Фалб. — Москва: Машиностроение, 1968. — 764 с.
6. Математическая теория оптимальных процессов: [Издательство 4-е, перераб. и доп.] / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. — Москва: Наука, 1983. — 392 с.
7. Чураков Є.П. Оптимальные и адаптивные системы / Є. П. Чураков. — Москва: Радио и связь, 1987. — 256 с.
8. Алексеев В.М. Оптимальное управление / В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, Фомин С.В.. — Москва: Наука, 1979. — 429 с.
9. Методичні вказівки до виконання розділу «Охорона праці» в дипломних проектах для студентів Інституту прикладного та системного аналізу / Уклад.: Демчук Г.В., Луц Т.Є., Праховнік Н.А.,К.: НТУУ «КПІ», — 16 с.
10. ДБН В.2.5-28-2006 Природне і штучне освітлення.
11. НПАОП 0.00-1.28-10 Правила охорони праці під час експлуатації ЕОМ.

12. ТСО 5.1 Стандарти ергономичности и безопасности электронного оборудования.
13. ДСН 3.3.6.042-99 Державні санітарні норми мікроклімату виробничих приміщень.
14. ДБН В.2.5.-28-2006 Природне і штучне освітлення. Мінбуд України, 2006 – 76 с.
15. ДСН 3.3.6.037-99 Санітарні норми виробничого шуму, ультразвуку та інфразвуку.
16. ДНАОП 0.00-1.21-98 Правила безпечної експлуатації електроустановок споживачів.
17. ДСанПіН 3.3.6.096-2002 Державні санітарні норми і правила при роботі з джерелами електромагнітних полів.
18. НАПБ Б.03.002-2007 Нормы определения категорий помещений, зданий и наружных установок по взрывопожарной и пожарной опасности.
19. НАПБ А.01.001-2004. Правила пожежної безпеки в Україні.
20. ГОСТ 12.1.044-89. ССБТ. Пожаровзрывоопасность веществ и материалов. Номенклатура показателей и методика определения.

ВІДОМІСТЬ ДО МАГІСТЕРСЬКОЇ ДИСЕРТАЦІЇ

[illegible]

